

JESÚS F. BACETA V.

NECESIDAD Y POSIBILIDAD FÍSICA:
A TRAVÉS DEL ESPEJO DE KRIPKE
Y LO QUE KUHN ENCONTRÓ ALLÍ

Resumen: Se codifican los operadores modales de necesidad y posibilidad física como nociones derivadas en términos de los homónimos modales clásicos. Se demuestra la definición mutua de las nuevas nociones modales físicas. Usando la semántica de Kripke, se prueba la validez de la interdefinición. Como aplicación, se construye un modelo de Kripke donde la relación de accesibilidad se entiende como una relación entre pares de alternativas científicas que explican un mismo fenómeno. En particular, se consideran en el modelo las teorías alternativas: el geocentrismo de Aristóteles-Ptolomeo, el geocentrismo de Tycho Brahe y el heliocentrismo de Copérnico, Galileo y Kepler. Para finalizar, se discute la propuesta de la inconmensurabilidad entre teorías de Kuhn en el país de las maravillas de Kripke.

Palabras claves: Operadores modales, geocentrismo, heliocentrismo.

PHYSICAL NEED AND POSSIBILITY:
THROUGH KRIPKE'S MIRROR AND
WHAT KUHN FOUND IN THERE

Abstract: The modal operators of the physical need and possibility are coded as notions originated in terms of the classical modal homonymous. The mutual definition of the new physical modal notions is herein demonstrated. By using Kripke's semantics, the validity of the inter-definition is proved. It is created a Kripke's model as application, in which the relation of accessibility is understood as a relation between pairs of scientific choices explaining the same phenomenon. In this model, the alternative theories are particularly considered: Aristotle-Ptolemy's geocentrism; Tycho Brahe's geocentrism and Copernicus,

Galileo and Kepler's heliocentricity. To end with, the proposal of immensity between Kuhn's theories in Kripke's wonderland is discussed thereof.

Keywords: Modal operators, geocentrism, heliocentricity.

Dio cuenta Aristóteles de lo posible y de lo necesario en la intimidad de la poesía: “No es asunto del poeta decir lo que pasó, sino el tipo de cosas que pasarían, lo que es posible según la posibilidad y la necesidad”¹. Poeta es el que crea; poeta es el que imita de acuerdo a los cánones que imponen el ritmo, el lenguaje y la armonía. Poeta es el que prevé el acto en la potencia.

Nuestros físicos, con sus predicciones en los posibles estados de la materia, son nuestros modernos poetas. Los cánones siguen estando en el lenguaje, particularmente en las teorías físicas, en sus álgebras y geometrías asociadas, con sus equilibrios y simetrías. Estética que vincula la prognosis con una inseparable adecuación epistémica entre el lenguaje y aquello que supongo, de manera realista, que es externo a mí.

En este trabajo nuestra tarea es indagar: ¿Bajo qué criterios afirma un físico que es posible o que es necesario la ocurrencia de un evento? Es nuestra obligación, aquí, explicar lo que se inquiere.

Richard Montague proporcionó ciertos indicios que nos permiten codificar la posibilidad y necesidad que usan nuestros físicos². Sugirió que un evento es *físicamente necesario*, si la afirmación de hecho sobre dicho acontecimiento se infiere de una teoría física exitosa. A su vez, propuso que un evento es *físicamente posible*, si la oración que nombra al posible evento no contradice las teorías físicas vigentes. Estas sugerencias requieren ciertas precisiones a los fines de la codificación.

¿Qué entendemos por teoría física, exitosa y vigente? Siguiendo a los estructuralistas, una *teoría física exitosa* está formada por una estructura matemática, que determina los modelos admisibles de la teoría, más un conjunto abierto de aplicaciones propuestas. Nótese que no estamos usando la palabra *teoría* en el sentido clásico, neopositivista, como conjunto de axiomas lógicos y extralógicos, y sus consecuencias. Aquí las

¹ Aristóteles, *Poética* 9, 2.

² Cf. Montague, R., “Necesidad lógica, necesidad física y cuantificadores”, *Ensayos de filosofía formal*, Madrid, Alianza Editorial, 1977.

teorías serían especies de grandes formas proposicionales que incluyen ciertas oraciones privilegiadas y sus consecuencias, satisfechas por ciertos objetos y por otros no. Por ejemplo, la mecánica clásica de partículas es una teoría física exitosa, con determinada estructura matemática, que es satisfecha, entre otros objetos, por el par Tierra-Luna, mientras que no es satisfecha por el par Sol-Mercurio (por la falsa predicción que arroja con respecto al perihelio de Mercurio). Las teorías físicas serían, entonces, grandes y complejos predicados satisfechos por ciertos objetos y por otros no. En sentido estricto se podría decir que el par (Tierra, Luna) es una mecánica clásica de partículas y que el par (Tierra-Mercurio) no lo es, tal como podemos decir que Bugs Bunny satisface la forma proposicional “x es un conejo”, mientras que no ocurre lo mismo con Porky. “¡Eso es to... eso es to... e-eeesto es todo amigos!” lo que diremos sobre las teorías físicas y, a los fines de la simbolización, cada una será designada con la letra mayúscula “F” y un subíndice que la distinga. Con esto y con los elementos básicos de la lógica modal proposicional, procedemos a codificar las nociones modales en cuestión, para luego demostrar su definición en términos mutuos:

Definición:

- a. $\Box_{F_i}(X)$ es una abreviatura de “El evento X es *físicamente necesario*”.
 $\Box_{F_i}(X) \leftrightarrow \Box (F_i \rightarrow X)$
- b. $\Diamond_{F_i}(X)$ es una abreviatura de “El evento X es *físicamente posible*”.
 $\Diamond_{F_i}(X) \leftrightarrow \Diamond (F_i \wedge X)$

La definición a) caracteriza al operador modal de necesidad física; dice que una afirmación sobre un evento es físicamente necesaria, si es una consecuencia lógica de las teorías físicas vigentes. La definición b) dice que la afirmación sobre un evento es físicamente posible, si no contradice a las teorías físicas vigentes. Por ejemplo, se excluyen del ámbito de la posibilidad física acontecimientos como la transmisión de calor de un cuerpo de menor temperatura a uno de mayor temperatura y la transmisión de una señal con velocidad infinita. En cambio, la oración “el timbre suena” es físicamente posible, ya que no es incompatible con el conjunto de teorías físicas conocidas. Acontecimientos físicamente necesarios son la absorción de un rayo de luz y el desprendimiento de gotas de una caída de agua.

Ahora estamos en condiciones de demostrar la interdefinibilidad de las nociones modales físicas en cuestión:

Teorema: (Espejo de Kripke)

- i. La afirmación de un evento es físicamente necesaria si, y sólo si, es imposible físicamente que sea falsa.

$$\Box_{F_i}(X) \leftrightarrow \sim \Diamond_{F_i}(\sim X)$$

- ii. La afirmación de un evento es físicamente posible si, y sólo si, es innecesario físicamente que sea falsa.

$$\Diamond_{F_i}(X) \leftrightarrow \sim \Box_{F_i}(\sim X)$$

Demostración:

i) Premisa	$\Box_{F_i}(X)$
Por definición a	$\Box(F_i \rightarrow X)$
Por def. $\Box \leftrightarrow \sim \Diamond \sim$	$\sim \Diamond \sim (F_i \rightarrow X)$
Por def. \rightarrow	$\sim \Diamond (F_i \wedge \sim X)$
Por definición b	$\sim \Diamond_{F_i}(\sim X)$
ii) Premisa	$\Diamond_{F_i}(X)$
Por definición b	$\Diamond(F_i \wedge X)$
Por def. $\Diamond \leftrightarrow \sim \Box \sim$	$\sim \Box \sim (F_i \wedge X)$
Por def. \rightarrow	$\sim \Box (F_i \rightarrow \sim X)$
Por definición a	$\sim \Box_{F_i}(\sim X)$

QED

Veamos el espejo de Kripke según la semántica. Sea α un mundo en un modelo de Kripke:

$$A = \langle W, R, \langle p \rangle^A_{p \in \text{atom}} \rangle$$

Y sea X un acontecimiento físicamente posible:

$$\vDash_{\alpha}^A \Diamond_{F_i}(X)$$

Si, y sólo si, por definición a:

$$\vDash_{\alpha}^A \Diamond(F_i \wedge X)$$

Si, y sólo si, por evaluación de modalidad y definición $\Diamond \leftrightarrow \sim \Box \sim$:

Es falso que para todo β en **A**, tal que $\alpha R \beta$, $\vDash_{\alpha}^A \sim(F_i \wedge X)$

Si, y sólo si, por definición de modelo:

Es falso, para todo β en \mathbf{A} , tal que $\alpha R\beta$, que la $v(\sim(F_i \wedge X)) = 1$

Si, y sólo si, por evaluación de la negación:

Es falso, para todo β en \mathbf{A} , tal que $\alpha R\beta$, que la $v(F_i \wedge X) = 0$

Si, y sólo si, por evaluación de la conjunción:

Es falso, para todo β en \mathbf{A} , tal que $\alpha R\beta$, que $v(F_i) = 0$ ó que la $v(X) = 0$

Si, y sólo si, por evaluación de la negación:

Es falso, para todo β en \mathbf{A} , tal que $\alpha R\beta$, que $v(F_i) = 0$ ó que la $v(\sim X) = 1$

Si, y sólo si, por evaluación del condicional:

Es falso, para todo β en \mathbf{A} , tal que $\alpha R\beta$, que $v(F_i \rightarrow \sim X) = 1$

Si, y sólo si, por definición de modelo:

Es falso, para todo β en \mathbf{A} , tal que $\alpha R\beta$, que $\vDash_{\alpha}^{\mathbf{A}} (F_i \rightarrow \sim X)$

Si, y sólo si, por evaluación de modalidad:

Es falso, $\vDash_{\alpha}^{\mathbf{A}} \Box (F_i \rightarrow \sim X)$

Si, y sólo si, por evaluación de la negación:

$\vDash_{\alpha}^{\mathbf{A}} \sim \Box (F_i \rightarrow \sim X)$ y, finalmente, por definición **a**, $\vDash_{\alpha}^{\mathbf{A}} \sim \Box_{F_i}(\sim X)$.

De donde los modelos de $\vDash_{\alpha}^{\mathbf{A}} \Diamond_{F_i}(X)$ son los modelos de

$\vDash_{\alpha}^{\mathbf{A}} \sim \Box_{F_i}(\sim X)$.

Similarmente discurre la comprobación de la segunda parte del espejo. QED

Veamos algunas aplicaciones de las nociones modales antes definidas. Consideremos tres teorías astronómicas rivales que discurren sobre objetos similares.

F1: Geocentrismo de Aristóteles-Ptolomeo:

“Los planetas y el Sol giran en torno a la Tierra inmóvil”.

F2: Geocentrismo de Tycho Brahe:

“El Sol gira alrededor de la Tierra inmóvil y los planetas en torno al Sol”.

F3: Heliocentrismo de Copérnico-Galileo-Kepler:

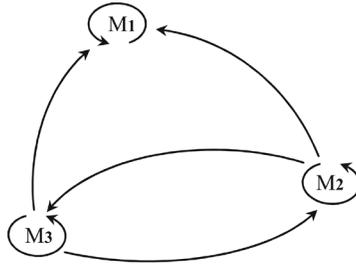
“Los planetas y la Tierra giran en torno al Sol inmóvil”.

Se supone que cada F_n es verdadera en cada mundo M_m donde $n = m$. Esto sencillamente quiere decir que en cada mundo se tiene acceso al contenido de las teorías físicas vigentes. Es una verdad de perogrullo que en el mundo de Aristóteles y Ptolomeo se tiene acceso a la teoría astronómica por ellos propuesta. Esto sugiere que la relación de accesibilidad entre mundos sea, en principio, reflexiva. Ni Aristóteles, ni

Ptolomeo tuvieron acceso a las propuestas astronómicas de Thycho Brahe y Copérnico quienes proponen unas teorías alternativas a la teoría aristotélica-ptolemaica. Nuestra relación de accesibilidad dista de ser simétrica. No obstante, Thycho Brahe, Galileo y Kepler fueron contemporáneos y tenían acceso a las propuestas de unos y otros. Esto sugiere la siguiente relación de accesibilidad:

$$R = \{(M1, M1), (M2, M2), (M3, M3), (M2, M1), (M2, M3), (M3, M1), (M3, M2)\}$$

Evaluemos las afirmaciones de hecho que caracterizan cada propuesta con respecto a los mundos posibles de las restantes.



M ₁	M ₂	M ₃
F ₁	~F ₁	~F ₁
~F ₂	F ₂	~F ₂
~F ₃	~F ₃	F ₃
◇F ₁	◇F ₁	◇F ₁
~◇F ₂	◇F ₂	◇F ₂
~◇F ₃	◇F ₃	◇F ₃
□F ₁	~□F ₁	~□F ₁
~□F ₂	~□F ₂	~□F ₂
~□F ₃	~□F ₃	~□F ₃

Cuando no existen otras explicaciones, como en el caso del mundo aristotélico-ptolemaico, la necesidad de las teorías físicas descansa, como diría Kuhn, en la ausencia de teorías alternativas a las cuales acceder. Alguna vez el geocentrismo fue necesario. Las teorías posteriores, en los mundos M_2 y M_3 , nacen de los obstáculos presentes en la teoría griega; dice Kuhn:

“Las contribuciones de Galileo al estudio del movimiento dependieron estrechamente de las dificultades descubiertas en la teoría aristotélica por los críticos escolásticos”³.

El acceso a las teorías previas, a los distintos mundos posibles, permite que Galileo, según Kuhn, pudiera explicar “por qué Aristóteles había visto lo que vio”⁴. Cuando existen teorías rivales, los casos expresados en los mundos M_2 y M_3 , el antagonismo se produce porque ambas teorías abarcan el mismo campo de posibilidades.

Sigamos con el ejemplo. Dice Kuhn:

La práctica de la ciencia normal depende de la capacidad adquirida a partir de ejemplares, de agrupar objetos y situaciones en conjunto similares que son primitivos, en el sentido en que el agrupamiento se hace sin contestar a la pregunta: ¿Similar a qué? Un aspecto central de toda evolución es, entonces, que cambian algunas relaciones de similitud. Objetos que fueron agrupados en el mismo conjunto con anterioridad se agrupan de diferentes maneras después y viceversa. Piénsese en el Sol, la Luna, Marte y la Tierra antes de Copérnico⁵.

Veamos cómo explica el espejo de Kripke los ejemplares de esta singular apreciación de Kuhn. Consideremos el caso de los astros celestes. De antaño se considera que es planeta aquello que modifica sus posiciones con respecto a las estrellas fijas. Es propio de un planeta ser un “cuerpo errante”, un “vagabundo estelar” que gira en torno a algo. Bajo este criterio, para F1 la extensión del predicado “planeta” es el conjunto:

Planeta (F1) = {Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno}

³ Kuhn, *Estructura de las revoluciones científicas*, Ciudad de México, FCE, 1971 (1ra ed. 1962), p. 113

⁴ *Ibid.*, p. 196

⁵ *Ibidem.*

Y, bajo el mismo criterio, para F2 y F3:

Planeta (F2) = Planeta (F3) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno}.

Es evidente que la extensión del predicado no es la misma en algunos pares de mundos posibles y que algún par de ellos comparten la extensión. Ciertamente podríamos compartir con Kuhn que el geocentrismo es inconmensurable con el heliocentrismo; no obstante, de tal inconmensurabilidad no se sigue que tales teorías no puedan ser comparadas. Y en esto consiste la similitud de los ejemplares de teorías distintas: ellas tienen en común parte de la extensión de la referencia de sus predicados y, en este preciso sentido, no son traducibles unas en términos de las otras. La extensión de los predicados varía según los mundos posibles y en esto consistiría la inconmensurabilidad referencial.

La lógica modal sería un excelente instrumento para el estudio de una cronología de los conceptos. Sustentemos esta afirmación examinando las distintas extensiones del predicado “planeta” según algunas propuestas históricas que recogen las anteriores:

Planeta (F1) = {Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno}

M1: Aristóteles -Ptolomeo

Planeta (F2) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno}

M2: Tycho Brahe

Planeta (F3) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno}

M3: Copérnico-Galileo

Planeta (F4) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano}

M4: Willian Herschel

Planeta (F5) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno}

M5: John Couch Adams – Leverrier

Planeta (F6) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno, Plutón}

M6: Clude Tombaugh

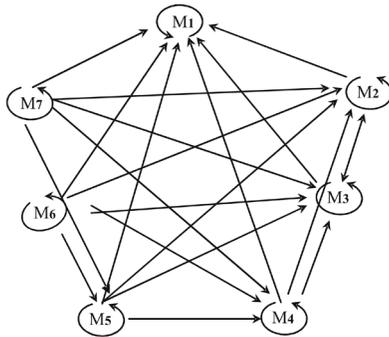
Planeta (F7) = {Tierra, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno}

M7: Actualidad

Una teoría accede a otra, si la extensión de F_i está incluida en la de F_j :

$R = \{(M1, M1), (M2, M1), (M2, M2), (M2, M3), (M3, M1), (M3, M2), (M3, M3), (M4, M1), (M4, M2), (M4, M3), (M4, M4), (M5, M1), (M5, M2), (M5, M3), (M5, M4), (M5, M5), (M6, M1), (M6, M2), (M6, M3), (M6, M4), (M6, M5), (M6, M6), (M7, M1), (M7, M2), (M7, M3), (M7, M4), (M7, M5), (M7, M7)\}$

Las oraciones que caracterizan cada teoría se obtienen de la forma proposicional “Un planeta es el conjunto formado por X” donde X es la respectiva extensión en cada teoría específica. Las relaciones entre las anteriores siete teorías queda clara en el siguiente grafo de R:



Dice Kuhn:

Como repetidamente hemos subrayado con anterioridad, ninguna teoría resuelve nunca todos los problemas a que un momento dado se enfrenta, y ni es frecuente que las soluciones ya alcanzadas sean perfectas. Al contrario, es justamente lo incompleto y lo imperfecto del ajuste entre la teoría y los datos existentes lo que, en cualquier momento, define muchos de los enigmas que caracterizan a la ciencia normal. Si todos y cada uno de los ajustes sirvieran de base para rechazar las teorías, todas las teorías deberían ser rechazadas en todo momento.⁶

La ciencia normal se puede caracterizar como el tránsito entre los diversos mundos físicamente posibles que comparten parte de la extensión de sus predicados. En el anterior ejemplo, se ampliaron los

⁶ *Ibid.*, p. 229.

límites del universo de acuerdo a la aparición de nuevos objetos, esto es, se fue ajustando cierta concepción sobre el universo de acuerdo a la explicación de nuevas perturbaciones en las órbitas de ciertos cuerpos.

Dimos respuesta en este trabajo a lo que indagamos, a saber, ¿Bajo qué criterios afirma un físico que es posible o que es necesario la ocurrencia de un evento? La respuesta, no por simple, fue fructífera. Nos permitió explicar algunas propuestas de Kuhn a la luz de la semántica de Kripke. Creo que es un bonito ejemplo de cómo la lógica puede guiar nuestros análisis epistemológicos.

Instituto de Filosofía, UCV
jbaceta@gmail.com