

Resolución de problemas con GeoGebra en el aprendizaje de optimización: Estudio cuasiexperimental en estudiantes de ingeniería en Perú

Problem solving with GeoGebra in optimization learning: A quasi-experimental study among engineering students in Peru

IPARRAGUIRRE, Jesús¹

REYES, Jorge²

VILLOSLADA, Alexander³

URQUIZO, Yosip⁴

Resumen

Este estudio analiza el impacto de una estrategia de resolución de problemas con GeoGebra en el aprendizaje de optimización en estudiantes de ingeniería en Perú. Con un diseño cuasiexperimental y una muestra de 50 estudiantes, se aplicaron pre y post pruebas. Los resultados muestran mejoras significativas en comprensión, aplicación, resolución y pensamiento crítico en el grupo experimental. Se concluye que GeoGebra es una herramienta didáctica eficaz para fortalecer el razonamiento matemático en la educación superior.

Palabras clave: aprendizaje de optimización matemática, estrategias de resolución de problemas, enseñanza de las matemáticas con tecnología, GeoGebra en educación superior.

Abstract

This study examines the impact of a problem-solving strategy using GeoGebra on optimization learning in engineering students in Peru. A quasi-experimental design with 50 students was applied using pre and post-tests. Results showed significant improvements in conceptual understanding, method application, problem-solving, and critical thinking in the experimental group. Findings support the effectiveness of GeoGebra as a teaching tool to enhance mathematical reasoning in higher education.

Key words: optimization learning in mathematics, problem-solving strategies, technology-enhanced mathematics instruction, GeoGebra in higher education.

1. Introducción

A nivel global, el 59 % de los estudiantes universitarios en ciencias exactas presenta dificultades severas para resolver problemas matemáticos avanzados (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, 2023). En este sentido, UNESCO (2024) señala que más de 210 millones de jóvenes cursan carreras donde el rendimiento en matemáticas es determinante, y 43 millones abandonan asignaturas clave por falta de comprensión conceptual. Estas dificultades están asociadas a metodologías tradicionales poco interactivas y a la ansiedad matemática, que interfiere en la toma de decisiones numéricas (Banco Mundial, 2022). De acuerdo con UNICEF (2022), además, las desigualdades

¹ Doctor en Educación. Universidad César Vallejo, Perú. jesusronald@ucvvirtual.edu.pe

² Doctor en Educación. Universidad César Vallejo, Perú. jorger@ucvvirtual.edu.pe

³ Maestro en Investigación y Docencia Universitaria. Universidad César Vallejo, Perú. avillosladach@ucvvirtual.edu.pe

⁴ Maestro en Ingeniería de Sistemas. Universidad César Vallejo, Perú. yurquizo@ucv.edu.pe

en la formación escolar generan brechas estructurales en el desarrollo del pensamiento lógico y reducen la capacidad de abstraer modelos complejos en contextos aplicados.

Asimismo, la IEA (2020) advierte que, en Latinoamérica, el 47 % de los estudiantes de ingeniería reprueba matemáticas en su primer año universitario. Cada año, más de 6 millones de jóvenes ingresan a programas técnicos donde los cursos básicos presentan altas tasas de deserción, y al menos 850.000 abandonan la carrera por dificultades con esta asignatura (UNESCO, 2024). Según el Banco Mundial (2022), la desconexión entre los contenidos escolares previos y las exigencias curriculares genera frustración académica, mientras que la enseñanza centrada en fórmulas resta sentido práctico al aprendizaje. La escasez de docentes capacitados en enfoques activos contribuye a la desmotivación y limita el desarrollo de competencias de análisis y argumentación (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, 2023).

En esta línea, el Ministerio de Educación del Perú (2024a) informa que, en el contexto peruano, el 35 % de los universitarios de primer ciclo desapueba los cursos de matemáticas, lo que equivale a más de 160.000 jóvenes afectados por año. De los 420.000 ingresantes anuales, alrededor de 85.000 abandonan asignaturas numéricas antes del segundo semestre (Ministerio de Educación del Perú, 2024b). De acuerdo con el Ministerio de Educación del Perú (2023), esta problemática evidencia un desfase entre la educación media y superior, marcado por vacíos en álgebra, funciones y estadística. El enfoque memorístico y la falta de tutorías refuerzan la sensación de incapacidad matemática, generando altos niveles de estrés académico (Ministerio de Educación del Perú & OBEPE, 2024c). Según el Ministerio de Educación del Perú (2024a), la limitada innovación pedagógica acentúa estas brechas, afectando particularmente a estudiantes de regiones con menor acceso a tecnología educativa.

En el caso de Trujillo, el 80 % de los estudiantes de ingeniería reprueba cursos de matemáticas en los primeros ciclos. En respuesta, se plantea la aplicación de una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas apoyada en GeoGebra, dirigida a estudiantes de segundo ciclo de ingeniería de una universidad de Trujillo durante 2023. La investigación se formula con la pregunta: ¿En qué medida la estrategia resolución de problemas con GeoGebra mejora los aprendizajes de optimización en estudiantes de ingeniería de Trujillo en 2023? Se plantea como objetivo general aplicar esta estrategia para mejorar dichos aprendizajes, abordando dimensiones como conocimiento conceptual, aplicación de métodos y técnicas, resolución efectiva de problemas, y pensamiento crítico y creativo.

Desde el enfoque teórico, se sustenta en el constructivismo, que destaca la participación activa del estudiante en la construcción del conocimiento mediante la interacción con su entorno. Asimismo, el conectivismo (Siemens, 2005) aporta una visión actual al incorporar redes de aprendizaje digital, donde el uso de GeoGebra permite crear conexiones significativas con los conceptos matemáticos. Esta herramienta integra geometría dinámica e informática para resolver problemas complejos, especialmente en optimización, fortaleciendo competencias clave en los estudiantes. En términos prácticos, esta propuesta aporta resultados valiosos para los docentes universitarios de matemáticas, al evidenciar que GeoGebra potencia el aprendizaje significativo y favorece la planificación de programas académicos más pertinentes. Metodológicamente, introduce un enfoque replicable y confiable, aplicable en otros contextos educativos similares. Las implicancias sociales son notorias: mejorar la enseñanza de la optimización contribuye a la formación de profesionales competentes, eleva el nivel educativo y fortalece la capacidad de innovación tecnológica y desarrollo económico en el país.

1.1. Marco teórico

El uso del software GeoGebra como estrategia pedagógica en la enseñanza de la modelización matemática ha sido ampliamente investigado a nivel nacional e internacional, demostrando su potencial para fomentar aprendizajes activos y significativos. GeoGebra permite integrar representaciones gráficas, simbólicas y numéricas en tiempo real, favoreciendo la visualización de conceptos abstractos y la resolución dinámica de problemas matemáticos (Hohenwarter & Jones, 2007; Petra, 2023). Desde una perspectiva teórica, la implementación de GeoGebra se articula con enfoques centrados en la resolución de problemas. El método propuesto por Pólya (1945), que contempla las etapas de comprensión del problema, planificación, ejecución y revisión, estimula el desarrollo del pensamiento lógico y crítico. Estas fases son ampliadas por Schoenfeld (1992), quien profundiza en la metacognición y el sentido matemático como ejes fundamentales para pensar matemáticamente. A su vez, estas nociones convergen con el conectivismo de Siemens (2004, 2005), teoría que redefine el papel del docente como facilitador de redes de conocimiento interconectado, promoviendo aprendizajes mediados por tecnologías digitales. Esta visión se complementa con el enfoque social del aprendizaje de Bandura (1977), quien sostiene que la observación e imitación,

reforzadas por la retroalimentación inmediata que ofrece GeoGebra, son fundamentales en la adquisición de competencias cognitivas.

Desde una perspectiva histórica, la evolución del pensamiento matemático —desde los cálculos analíticos de Newton y Leibniz, hasta los enfoques heurísticos de Pólya y las técnicas multicriterio de Saaty— ha conducido a la incorporación de tecnologías en la resolución de problemas complejos. En este marco, la aparición de GeoGebra en 2002 representó un hito en la enseñanza visual e interactiva de las matemáticas. Petra (2023) destaca su importancia en la formación técnica e ingenieril, al permitir integrar ecuaciones, gráficas y análisis de datos en entornos de aprendizaje dinámico. Así, GeoGebra simboliza una transición paradigmática entre la representación simbólica tradicional y la experimentación matemática interactiva.

En el plano filosófico, el constructivismo propuesto por Piaget (1977) y Ausubel (1963) subyace como sustento del aprendizaje significativo. Estas teorías destacan que el conocimiento se construye activamente a través de la interacción con el entorno, siendo necesario vincular la nueva información con estructuras cognitivas previas. Este enfoque cobra relevancia en contextos donde el estudiante manipula conceptos, verifica hipótesis y reflexiona sobre su propio proceso de aprendizaje, tal como ocurre con el uso pedagógico de GeoGebra. La estrategia pedagógica con GeoGebra abarca diversas dimensiones: planificación, integración tecnológica, enseñanza y evaluación. La planificación estratégica retoma las etapas propuestas por Pólya (1945) y se ve enriquecida por las ideas de Vygotsky (1978), especialmente en lo que concierne a la mediación y la zona de desarrollo próximo. Bandura (1977) también refuerza esta dimensión al considerar la influencia de la autoeficacia en el aprendizaje. La integración del software comprende su uso como herramienta de visualización, modelización y resolución de problemas matemáticos. La enseñanza se contextualiza en situaciones reales, particularmente en entornos de ingeniería y optimización. La evaluación, por su parte, implica no solo medir resultados cuantitativos, sino también recoger percepciones, comparar desempeños entre grupos y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje (Woolfolk, 2013; Marzano, 2007).

Sobre los aprendizajes de optimización encuentra soporte teórico en el concepto de la zona de desarrollo próximo de Vygotsky (1978), donde GeoGebra actúa como instrumento de mediación que potencia la colaboración entre pares. Desde el conectivismo (Siemens, 2005), el aprendizaje con GeoGebra se extiende más allá del aula, integrando tutoriales, comunidades virtuales, recursos abiertos y simulaciones interactivas. Esta red de conexiones permite la resolución colaborativa de problemas, el análisis compartido de errores y el desarrollo de estrategias adaptativas, características esenciales en entornos educativos mediados por tecnología. Las dimensiones del aprendizaje de optimización incluyen el conocimiento conceptual, la aplicación efectiva de métodos de resolución de problemas y el pensamiento crítico y creativo. Marzano (2007) resalta la importancia de vincular conceptos con habilidades prácticas, mientras que Pólya (1945) promueve la construcción de esquemas heurísticos para enfrentar desafíos diversos. Estas competencias son valoradas por instituciones como el Congreso Internacional de Educación Matemática (Kaiser, 2016), que destaca su papel clave en los currículos universitarios contemporáneos. Finalmente, autores como Woolfolk (2013) y Marzano (2007) coinciden en que las estrategias deben ajustarse a los estilos de aprendizaje de los estudiantes. En esta línea, la resolución de problemas con GeoGebra se concibe como un plan de acción docente estructurado, que promueve la exploración autónoma, el diálogo reflexivo y la retroalimentación oportuna. En conclusión, la incorporación de GeoGebra en el aula se fundamenta en marcos teóricos robustos y evidencia empírica consistente. Su uso permite enriquecer la enseñanza, fomentar la comprensión significativa y desarrollar habilidades cognitivas superiores. GeoGebra integra principios del constructivismo, conectivismo y resolución de problemas, constituyéndose en una herramienta pedagógica clave para la enseñanza de las matemáticas, especialmente en contextos de optimización.

El uso de GeoGebra como recurso didáctico ha evidenciado impactos positivos en el desarrollo de habilidades de resolución de problemas matemáticos, particularmente en contextos de aprendizaje activo. En un estudio cuasi-experimental, Susanti et al., (2022) demostraron que la incorporación de GeoGebra en el modelo cooperativo tipo Group Investigation no solo mejora el desempeño en sistemas de ecuaciones, sino que fortalece habilidades de colaboración, comunicación y resolución de problemas en estudiantes de secundaria. Los resultados mostraron un aumento significativo en los puntajes posttest respecto al pretest, pasando de una media del 35,0 % al 83,5 %, indicando que el software actúa como catalizador del aprendizaje conceptual y procedimental.

En esa misma línea, Noverianto et al., (2024), a través de un metaanálisis de diez investigaciones, concluyeron que el modelo Discovery Learning asistido por GeoGebra tiene un tamaño de efecto mayoritario en la categoría alta (≥ 1), con $t(11.59) > t\text{-crit}(1.96)$, lo cual implica una influencia significativa en la mejora de las habilidades de resolución de

problemas geométricos. Este modelo promueve una construcción activa del conocimiento, permitiendo que el estudiante visualice, manipule y verifique conceptos geométricos complejos a través de applets interactivos.

De forma complementaria, Rosyidi et al., (2024) desarrollaron una evaluación formativa digital integrada con GeoGebra Classroom, diseñada para diagnosticar y potenciar habilidades de resolución de problemas en estudiantes de secundaria. La validación del instrumento mediante el índice V de Aiken arrojó valores entre 0.85 y 0.92, lo que demuestra una alta validez de contenido. Además, la interfaz interactiva posibilitó tareas abiertas, comprobaciones gráficas y explicaciones que fomentaron el pensamiento analítico y la metacognición matemática, ajustándose a los marcos curriculares de competencia.

Desde una perspectiva centrada en el aprendizaje creativo, Handayani et al., (2022) analizaron el impacto del modelo Creative Problem Solving asistido por GeoGebra, concluyendo que dicho enfoque no solo mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas en transformaciones geométricas, sino que también incrementa el interés por el aprendizaje. Aunque no se halló una correlación directa entre interés y rendimiento, los estudiantes sometidos a este modelo obtuvieron mejoras estadísticamente significativas frente al grupo control. El estudio destaca que GeoGebra permite una exploración visual significativa de traslaciones, reflexiones y rotaciones, facilitando la generalización de propiedades matemáticas abstractas.

En otro enfoque metodológico, Suratno y Waliyanti (2023) exploraron la relación entre los estilos de aprendizaje (según el modelo de Kolb) y el comportamiento en la resolución de problemas geométricos utilizando GeoGebra, mediante tecnología de eye-tracking. Los resultados revelaron que los estudiantes con estilo convergente (AC/AE) mostraron mayor éxito al dedicar más tiempo a las etapas de comprensión y planificación del problema, según el modelo de Polya. Además, los patrones de fijación visual demostraron que el área de entrada algebraica fue utilizada exclusivamente por estudiantes convergentes, lo que sugiere una mayor inversión cognitiva y uso estratégico del software.

Suratno y Yaliyanti (2023) también evidenciaron que la combinación de GeoGebra con el enfoque de aprendizaje basado en problemas (PBL) potencia el pensamiento analítico y la autonomía en el aprendizaje. Su estudio cuasi-experimental en estudiantes de secundaria indicó que el grupo experimental superó al grupo control en habilidades de resolución, al involucrarse activamente en tareas que requerían visualización dinámica, manipulación de objetos geométricos y validación de conjeturas, características difíciles de abordar mediante métodos convencionales.

2. Metodología

La presente investigación adoptó un enfoque cuantitativo de tipo aplicado, con diseño cuasi experimental y corte transversal, orientado por el método hipotético-deductivo. Se evaluó el impacto de la estrategia de resolución de problemas con GeoGebra sobre los aprendizajes de optimización en estudiantes de ingeniería. El diseño incluyó grupo experimental y grupo control, medición pre y post intervención, y análisis comparativo mediante pruebas estadísticas. La estructura GE–GC permitió medir los efectos causales de la intervención. El enfoque explicativo permitió comprender cómo la herramienta GeoGebra incide en el rendimiento académico (Smith, 2015).

La población estuvo conformada por 120 estudiantes del segundo ciclo de Ingeniería de Sistemas, de los cuales se seleccionó una muestra intencionada de 50 participantes, asignados equitativamente a grupos control y experimental (Creswell & Creswell, 2017). El muestreo fue no probabilístico por conveniencia y criterios predefinidos. Las técnicas de recolección incluyeron prueba escrita (validada y con alta confiabilidad: $\alpha=0.926$), guía de entrevista estructurada y observación directa.

3. Resultados

En la investigación se evaluó a los estudiantes con una prueba de entrada y otra de salida, cuyos resultados se muestran a continuación.

La tabla 1 revelan patrones distintivos en los niveles de aprendizaje entre el grupo control y experimental, En el nivel elemental (0 a 5 en la escala de baremo), el Grupo Control exhibe un 48.0% de estudiantes, mientras que el grupo experimental presenta una notoria diferencia, alcanzando un 80.0%; en el nivel de desarrollo (5 a 10 en la escala de baremo), el grupo control muestra un 52.0% de estudiantes, superando al 20.0% del grupo experimental, esta diferencia indica que, en comparación con el grupo control, menos estudiantes en el grupo experimental se encuentran en el nivel de desarrollo inicial; la ausencia de estudiantes en los niveles emergente (10 a 15) y

sobresaliente (15 a 20) en ambos grupos refleja una homogeneidad en el conocimiento inicial de optimización. Este punto de partida común constituyó una visión detallada para evaluar el impacto de la estrategia a lo largo del estudio.

Tabla 1
Prueba inicial (pre prueba) del programa de experimentación

Escala	Baremo	Grupo Control		Grupo experimental	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Elemental	De 0 a 5	12	48.0%	20	80.0%
En desarrollo	De 5 a 10	13	52.0%	5	20.0%
Emergente	De 10 a 15	0	0.0%	0	0.0%
Sobresaliente	De 15 a 20	0	0.0%	0	0.0%
Total		25	100.0%	25	100.0%

La tabla 1 revelan patrones distintivos en los niveles de aprendizaje entre el grupo control y experimental, En el nivel elemental (0 a 5 en la escala de baremo), el Grupo Control exhibe un 48.0% de estudiantes, mientras que el grupo experimental presenta una notoria diferencia, alcanzando un 80.0%; en el nivel de desarrollo (5 a 10 en la escala de baremo), el grupo control muestra un 52.0% de estudiantes, superando al 20.0% del grupo experimental, esta diferencia indica que, en comparación con el grupo control, menos estudiantes en el grupo experimental se encuentran en el nivel de desarrollo inicial; la ausencia de estudiantes en los niveles emergente (10 a 15) y sobresaliente (15 a 20) en ambos grupos refleja una homogeneidad en el conocimiento inicial de optimización. Este punto de partida común constituyó una visión detallada para evaluar el impacto de la estrategia a lo largo del estudio.

Tabla 2
Estadísticos descriptivos de la prueba inicial (pre prueba)

	Control	Experimental
N	25	25
Media	4.48	3.40
Mediana	5.00	3.00
Moda	4	3
Desv. Desviación	1.503	1.414
Coefficiente Variación	34%	42%
Asimetría	-0.678	0.365
Curtosis	0.078	-0.300

La Tabla 2 presenta los estadísticos descriptivos correspondientes a la prueba inicial aplicada a los grupos control (GC) y experimental (GE). En relación con las medidas de tendencia central, el grupo control alcanzó una media de 4.48, superior a la del grupo experimental (3.40), lo que evidencia un rendimiento promedio inicial más alto en el GC. Esta diferencia también se observa en la mediana, con un valor de 5.00 en el GC frente a 3.00 en el GE. Respecto a la dispersión, el grupo control mostró una desviación estándar de 1.503, ligeramente mayor a la del grupo experimental (1.414), lo que indica una variabilidad moderada en ambos grupos. Sin embargo, el coeficiente de variación fue de 34 % en el GC y 42 % en el GE, sugiriendo que, aunque el rendimiento promedio fue menor en el grupo experimental, la dispersión relativa de sus resultados fue más elevada. En cuanto a la forma de la distribución, el grupo control presentó una asimetría negativa (-0.678), lo que sugiere una concentración de puntajes hacia el extremo superior de la escala. En contraste, el grupo experimental mostró una asimetría positiva (0.365), con mayor presencia de puntajes bajos. La curtosis fue cercana a cero en ambos casos, aunque el valor negativo en el GE (-0.300) indica colas más ligeras, revelando una mayor heterogeneidad en las calificaciones iniciales. En conjunto, estos resultados permiten afirmar que el grupo control partió con un nivel promedio más alto y menor dispersión relativa, mientras que el grupo experimental exhibió una distribución más heterogénea y centrada en niveles de desempeño más bajos. Estas diferencias iniciales constituyen un punto de partida relevante para evaluar el impacto de la intervención educativa.

Tabla 3

Prueba final (post prueba) del programa de experimentación resolución de problemas con GeoGebra

Nivel de Aprendizaje de optimización		Grupo Control		Grupo experimental	
Escala	Baremo	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Elemental	De 0 a 5	0	0.0%	0	0.0%
En desarrollo	De 5 a 10	4	16.0%	1	4.0%
Emergente	De 10 a 15	16	64.0%	8	32.0%
Sobresaliente	De 15 a 20	5	20.0%	16	64.0%
Total		25	100.0%	25	100.0%

En la tabla 3 que brindan los resultados de la prueba final del programa de experimentación en resolución de problemas con GeoGebra, se observan patrones distintivos en los niveles de aprendizaje de optimización entre el grupo control (GC) y el grupo experimental (GE). En el nivel elemental (0 a 5), ambos grupos muestran una ausencia total de estudiantes, reflejando una distribución distinta en comparación con la prueba inicial. Este cambio podría indicar que la intervención con GeoGebra ha tenido un impacto en la elevación del nivel de conocimiento inicial en ambos grupos. En el nivel de desarrollo (5 a 10), el GC presenta un 16.0% de estudiantes, mientras que el GE muestra un porcentaje menor, 4.0%, esto sugiere que, después de la intervención, menos estudiantes en el GE se encuentran en este nivel en comparación con el GC. En el nivel emergente (10 a 15), el GC un significativo 64.0% de estudiantes, superando el 32.0% del GE, este hallazgo indica que, post intervención, el GC ha experimentado un aumento considerable en el número de estudiantes en este nivel en comparación con el GE. En el nivel sobresaliente (15 a 20), el GC muestra un 20.0% de estudiantes, mientras que el GE exhibe un notable 64.0%, este cambio sustancial sugiere que la estrategia de resolución de problemas con GeoGebra ha influido significativamente en el aumento de estudiantes en el nivel más alto de aprendizaje de optimización en el GE.

Tabla 4

Estadísticos descriptivos de la prueba final (post prueba)

Estadígrafos	Grupo	
	Grupo Control	Grupo Experimental
N	25	25
Media	12.36	15.28
Mediana	12.00	15.35
Moda	12	14 ^b
Desv. Desviación	2.564	2.716
Coefficiente Variación	21%	18%
Asimetría	0.240	-0.226
Curtosis	-0.525	-0.270

Nota: b. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

La Tabla 4 presenta los estadísticos descriptivos de la prueba final (post prueba) aplicada a los grupos control (GC) y experimental (GE), revelando diferencias significativas en el rendimiento académico entre ambos. En cuanto a las medidas de tendencia central, el grupo experimental alcanzó una media de 15.28, notablemente superior a la del grupo control (12.36), lo que indica un desempeño promedio más elevado tras la intervención. Esta diferencia también se refleja en la mediana: 15.00 en el GE frente a 12.00 en el GC. Respecto a la dispersión, la desviación estándar fue de 2.564 en el GC y 2.716 en el GE, lo que sugiere una variabilidad ligeramente mayor en este último. Sin embargo, el coeficiente de variación —que permite evaluar la dispersión relativa en función del promedio— fue menor en el GE (18%) que en el GC (21%), indicando que, a pesar de su mayor media, las calificaciones del grupo experimental estuvieron más concentradas en torno al valor central. En cuanto a la forma de las distribuciones, el grupo control mostró una asimetría positiva (0.240), lo que implica una ligera concentración de valores en el extremo inferior. Por el contrario, el grupo experimental presentó una asimetría negativa (-0.620), sugiriendo una mayor acumulación de puntajes cercanos al límite superior de la escala. La curtosis negativa en el GC (-0.525) denota colas más ligeras que una distribución normal, mientras que el valor cercano a cero en el GE (0.026) indica una distribución más simétrica y

normalizada. Finalmente, la presencia de múltiples modos en el grupo experimental (con valor modal 14) sugiere una distribución con más de un pico, posiblemente derivada de distintos subgrupos de rendimiento dentro de la muestra. En conjunto, estos indicadores permiten afirmar que el grupo experimental no solo alcanzó mejores resultados promedio, sino que también presentó una distribución más homogénea y centrada en niveles altos de desempeño, en contraste con la mayor heterogeneidad observada en el grupo control.

Tabla 5

Resultados de la prueba inicial (pre prueba) y la prueba final (post prueba) del Grupo Experimental

Estadísticos descriptivos: Grupo Experimental	N	Pre test		Post test	
		Media	Desv. Desviación	Media	Desv. Desviación
D1: Conocimiento conceptual	25	0.56	0.583	3.12	0.666
D2: Aplica métodos y técnicas	25	0.72	0.458	2.96	0.889
D3: Resolución efectiva de problemas	25	1.12	0.927	4.96	0.889
D4: Pensamiento crítico y creativo	25	1.00	0.645	4.24	1.715
Var.: Aprendizajes de optimización	25	3.40	1.414	15.28	2.716

Tabla 6

Resumen de las respuestas de la entrevista escrita

Pregunta	Porcentaje
1.Experiencia con GeoGebra:	
No conocían GeoGebra, pero luego lo aprendieron	36%
Conocían GeoGebra, no fue difícil, y resultó valioso.	32%
Conocían GeoGebra, y la experiencia fue significativa.	32%
2.Mejora de la Comprensión:	
GeoGebra simplifica el entendimiento de conceptos.	36%
GeoGebra clarifica los conceptos de optimización.	40%
GeoGebra es útil para comprender los conceptos de optimización.	24%
3.Aplicación Efectiva de Métodos:	
GeoGebra facilita la aplicación de métodos.	20%
GeoGebra ha mejorado la capacidad para aplicar técnicas.	40%
GeoGebra refuerza la aplicación efectiva de métodos.	40%
4.Herramienta Valiosa para Experimentar:	
GeoGebra permitió explorar enfoques y métodos de optimización.	20%
GeoGebra brindó la libertad de explorar y comparar enfoques.	20%
GeoGebra promovió un enfoque interactivo y eficaz para experimentar.	20%
Experimentar con GeoGebra fue esencial para comprender mejor los métodos.	40%
5.Mejora en la Capacidad para Resolver Problemas:	
GeoGebra ha mejorado significativamente mi capacidad para resolver problemas.	24%
La estrategia con GeoGebra ha mejorado significativamente mi efectividad	20%
GeoGebra ha facilitado notablemente la resolución de problemas.	16%
GeoGebra ha tenido un impacto altamente positivo en mi capacidad.	40%
6.Entorno Interactivo y Dinámico de GeoGebra:	
Sí, GeoGebra brinda un entorno interactivo y dinámico.	20%
GeoGebra transforma la verificación de soluciones en optimización.	20%
GeoGebra revoluciona la forma en que probamos y confirmamos soluciones.	20%
GeoGebra proporciona un entorno incomparablemente interactivo y dinámico.	40%
7.Estímulo al Pensamiento Crítico y Creativo:	
GeoGebra ha estimulado mi pensamiento crítico al presentar problemas.	20%
GeoGebra ha sido un catalizador para mi pensamiento crítico y creativo.	16%
GeoGebra ha impulsado mi creatividad al permitirme explorar soluciones.	20%
GeoGebra ha fortalecido mi pensamiento crítico al desafiar mis habilidades.	44%
8.Dificultades en el Uso de GeoGebra:	
Al principio, GeoGebra era un desafío, pero luego fue valioso.	16%
Con experiencia en GeoGebra, la estrategia fue valiosa.	20%
No hubo dificultades.	64%

Los resultados obtenidos en el post test de los estudiantes del Grupo experimental son mayores a la evaluación inicial (pre test), en Conocimiento conceptual el promedio fue 3.12, en la dimensión aplica métodos y técnicas el puntaje

promedio fue 2.96, en la dimensión resolución efectiva de problemas el puntaje promedio fue 4.96 y en la dimensión pensamiento crítico y creativo en puntaje promedio fue 4.24. La nota promedio de los alumnos del grupo experimental en la evaluación inicial fue 3.4, presentando una desviación con respecto a la media de 1.41, mientras que la nota promedio en la evaluación final fue 15.28, con una desviación respecto a la media de 2.716, esto quiere decir que existe una mejora en los resultados de los alumnos del grupo experimental después de aplicar la estrategia resolución de problemas con GeoGebra.

Las respuestas de los estudiantes, al finalizar la aplicación de la estrategia y consolidadas en la tabla 6, revelan que la aplicación de la estrategia tuvo una aceptación positiva; los participantes destacan que GeoGebra ha tenido un impacto significativo en su capacidad para resolver problemas y entender conceptos de optimización, casi en su totalidad indican que la aplicación de la estrategia con GeoGebra ha sido beneficiosa, respaldando el éxito de la aplicación en general, respaldando los resultados cuantitativos. La aplicación de la estrategia con GeoGebra ha facilitado la comprensión de conceptos de optimización. Los estudiantes reconocen que la herramienta ha simplificado y clarificado estos conceptos, respaldando la mejora en la dimensión del conocimiento conceptual. Estas respuestas respaldan la efectividad de GeoGebra en mejorar la comprensión conceptual y tiene coherencia con los resultados en la post prueba. La estrategia con GeoGebra no solo facilita la aplicación de métodos, sino que también mejora la capacidad para aplicar técnicas. Los alumnos destacan que la herramienta refuerza efectivamente la aplicación de métodos y técnicas, respaldando los resultados obtenidos en la post prueba. La estrategia aplicada con GeoGebra ha tenido un impacto positivo en la capacidad de resolver problemas, destacando que ha mejorado significativamente la resolución de problemas y ha aumentado la efectividad en este aspecto. Los altos porcentajes de respuestas favorables a la aplicación, sustentan los resultados obtenidos en la post prueba. La aplicación de la estrategia con GeoGebra ha fortalecido el pensamiento crítico y creativo de los participantes, estimula el pensamiento crítico al presentar problemas y actúa como catalizador para la creatividad al permitir explorar soluciones, en definitiva; las respuestas de la encuesta guardan coherencia con los resultados obtenidos en la post prueba.

4. Discusión

Aunque el grupo experimental inició con puntajes bajos, esta condición permitió observar con claridad el efecto de la intervención (Susanti et al., 2022). Además, Noverianto et al. (2024) identifican que una media más alta al inicio no garantiza evolución sostenida. También, Rosyidi et al. (2024) destacan que la dispersión en los resultados refleja diferencias previas en esquemas cognitivos. Igualmente, la asimetría positiva en el grupo experimental señaló concentración en niveles bajos (Handayani et al., 2022). A continuación, Suratno y Waliyanti (2023) muestran cómo la curtosis negativa revela ausencia de extremos. Asimismo, la moda baja en el grupo experimental reflejó homogeneidad descendente (Suratno y Yaliyanti, 2023). Además, Petra (2023) sostiene que GeoGebra permite superar limitaciones iniciales mediante visualización activa. De igual modo, Hohenwarter y Jones (2007) afirman que la representación gráfica transforma el razonamiento simbólico. Asimismo, Siemens (2005) resalta el papel de la tecnología como red interconectada de construcción de conocimiento. Por otra parte, Piaget (1977) indica que el conflicto cognitivo estimula reorganización estructural en el aprendizaje.

La postprueba mostró un aumento sustancial en el grupo experimental, especialmente en niveles superiores (Pólya, 1945). Igualmente, Schoenfeld (1992) explica que la metacognición permite movilizar estrategias más complejas. También, los datos reflejan un ascenso del 64 % al nivel sobresaliente, ausente en la preprueba (Marzano, 2007). Por otro lado, Bandura (1977) argumenta que la retroalimentación visual refuerza la autoeficacia del estudiante. Asimismo, Ausubel (1963) plantea que el aprendizaje se da cuando se relaciona lo nuevo con estructuras previas. De igual modo, Siemens (2004) destaca que el entorno digital potencia conexiones distribuidas para resolver problemas. Además, Woolfolk (2013) observa que la percepción del entorno afecta la disposición cognitiva. En consecuencia, Kaiser (2016) enfatiza la resolución como eje estructural en la formación matemática universitaria. También, Hohenwarter y Jones (2007) revelan que la manipulación dinámica mejora la comprensión. A su vez, Petra (2023) vincula GeoGebra con entornos técnico-matemáticos de alta exigencia conceptual.

Aunque ambos grupos mejoraron, la magnitud de cambio fue notablemente mayor en el experimental (Handayani et al., 2022). También, Noverianto et al. (2024) sostienen que el impacto de la tecnología es mayor cuando el punto de partida es bajo. Asimismo, el paso del 80 % en nivel elemental a 64 % en sobresaliente sugiere un desplazamiento profundo (Susanti et al., 2022). Por consiguiente, Schoenfeld (1992) resalta que el monitoreo y ajuste consciente favorecen este tipo de progresiones. También, Suratno y Waliyanti (2023) explican que la visualización estimula autonomía resolutoria. Del mismo modo, Siemens (2005) describe que el análisis compartido de errores mejora la

transferencia de conocimientos. Además, Marzano (2007) relaciona el uso de heurísticas con el dominio procedimental. Petra (2023) destaca que integrar representaciones simbólicas y dinámicas favorece la comprensión estructural. En la misma línea, Vygotsky (1978) considera que la mediación tecnológica es clave para activar el desarrollo potencial. Por su parte, Piaget (1977) sostiene que el conflicto adaptativo impulsa la reorganización cognitiva. Además, los datos de la postprueba del grupo control revelan una mejora limitada hacia niveles emergentes (Rosyidi et al., 2024). A su vez, Schoenfeld (1992) observa que sin estímulos externos, el cambio suele ser superficial. También, el 64 % de este grupo permaneció estancado entre 10 y 15 puntos, lejos del máximo esperado (Susanti et al., 2022). Igualmente, Siemens (2004) remarca que la red de herramientas influye directamente en la capacidad adaptativa. Además, Ausubel (1963) plantea que, sin anclajes conceptuales, el aprendizaje es mecánico. Del mismo modo, Handayani et al. (2022) muestran que la ausencia de herramientas visuales limita la integración conceptual. También, Kaiser (2016) vincula la optimización con entornos activos de ensayo y validación. Así, Suratno y Yaliyanti (2023) afirman que el entorno digital fomenta autonomía epistémica. A continuación, Woolfolk (2013) resalta la importancia del andamiaje para sostener el progreso. Asimismo, Petra (2023) observa que los contextos técnico-científicos exigen visualización de patrones.

En la dimensión de conocimiento conceptual, el aumento en el grupo experimental fue significativo, pasando de 0.56 a 3.12 (Susanti et al., 2022). A su vez, Piaget (1977) argumenta que el sujeto reorganiza su estructura cognitiva al interiorizar nuevas experiencias. También, Siemens (2005) resalta la importancia de integrar múltiples nodos representacionales para estabilizar aprendizajes. Igualmente, Schoenfeld (1992) vincula este tipo de progreso con la planificación autorregulada. Además, Petra (2023) señala que GeoGebra articula lo visual, numérico y simbólico en tiempo real. Así, Vygotsky (1978) destaca la interacción social mediada como motor del desarrollo conceptual. También, Marzano (2007) propone que las habilidades declarativas deben acompañarse de estrategias procedimentales. De igual forma, Bandura (1977) sostiene que la observación de modelos mejora el desempeño propio. Asimismo, Suratno y Waliyanti (2023) observan que la experimentación con múltiples caminos consolida aprendizajes. Por último, Kaiser (2016) destaca la conexión entre representación y comprensión en problemas de optimización.

En la aplicación de métodos y técnicas, la progresión del grupo experimental fue de 0.72 a 2.96 (Susanti et al., 2022). También, Siemens (2004) afirma que la construcción distribuida permite acceder a esquemas de resolución complejos. Igualmente, Marzano (2007) vincula la práctica sistemática con el perfeccionamiento de procesos. Por otra parte, Petra (2023) sostiene que GeoGebra permite verificar métodos en tiempo real, con retroalimentación inmediata. Asimismo, Suratno y Yaliyanti (2023) muestran que el entorno fomenta exploración y comparación activa. Además, Pólya (1945) establece que el análisis y replanificación constante son esenciales en la solución estructurada. A la vez, Hohenwarter y Jones (2007) identifican que la manipulación visual refuerza el ensayo de estrategias. También, Schoenfeld (1992) enfatiza el monitoreo como clave del rendimiento procedimental. Igualmente, Piaget (1977) plantea que la acción sobre el objeto permite reestructuración mental. Por otro lado, Siemens (2005) defiende la relevancia de herramientas digitales en procesos adaptativos.

También, en resolución de problemas, el grupo experimental avanzó de 1.12 a 4.96, lo que representa un cambio significativo (Susanti et al., 2022). A continuación, Pólya (1945) indica que resolver implica adaptar esquemas previos ante desafíos nuevos. Asimismo, Schoenfeld (1992) plantea que la toma de decisiones requiere monitoreo constante. Igualmente, Siemens (2005) resalta la importancia de conexiones múltiples para lograr transferencia efectiva (Petra, 2023). Además, Kaiser (2016) vincula la resolución con habilidades centrales en contextos universitarios. Así, Handayani et al. (2022) asocian GeoGebra con exploración estructurada.

Igualmente, el pensamiento crítico y creativo pasó de 1.00 a 4.24 en el grupo experimental, evidenciando fortalecimiento (Susanti et al., 2022). A su vez, Piaget (1977) explica que el desequilibrio estimula procesos reflexivos intensos. Además, Suratno y Yaliyanti (2023) evidencian que la manipulación de objetos digitales impulsa formulación de hipótesis. También, Siemens (2004) destaca que el pensamiento divergente se activa mediante entornos dinámicos (Woolfolk, 2013). Así, Bandura (1977) vincula el pensamiento con la percepción de eficacia personal. Por consiguiente, Petra (2023) relaciona GeoGebra con el ensayo activo de soluciones múltiples.

También, los estudiantes declararon que GeoGebra mejoró su comprensión de conceptos difíciles, como optimización (Suratno y Waliyanti, 2023). A continuación, Vygotsky (1978) señala que las herramientas simbólicas median la construcción cognitiva. Asimismo, Petra (2023) resalta que GeoGebra permite visualizar relaciones funcionales en tiempo real. Igualmente, Kaiser (2016) reconoce que el modelado favorece comprensión estructural (Siemens, 2005).

De igual modo, Susanti et al. (2022) destacan que los entornos gráficos simplifican la transición conceptual. Además, Schoenfeld (1992) explica que entender implica traducir entre representaciones distintas. También, Marzano (2007) vincula la claridad conceptual con uso estratégico de herramientas.

Además, los estudiantes señalaron que GeoGebra facilitó la aplicación de métodos para resolver problemas de manera efectiva (Susanti et al., 2022). Igualmente, Suratno y Yaliyanti (2023) concluyen que la exploración digital mejora el uso de algoritmos. A continuación, Siemens (2005) enfatiza que la verificación inmediata fortalece la toma de decisiones (Pólya, 1945). Asimismo, Schoenfeld (1992) relaciona el control autorregulado con el rendimiento en tareas estructuradas. También, Petra (2023) indica que la interacción con objetos facilita el aprendizaje procedimental. Por su parte, Rosyidi et al. (2024) destacan que los applets promueven ensayo y error con menor carga cognitiva.

De igual forma, los participantes afirmaron que GeoGebra impulsó su capacidad para resolver con mayor precisión y autonomía (Handayani et al., 2022). Además, Bandura (1977) sostiene que la percepción de control influye directamente en el rendimiento. Asimismo, Siemens (2004) destaca que la experimentación fortalece la toma de decisiones en entornos de incertidumbre. A su vez, Schoenfeld (1992) explica que la reflexión posterior optimiza la solución. También, Pólya (1945) recomienda validar los resultados en múltiples pasos. Igualmente, Susanti et al. (2022) asocian la herramienta con mejoras en precisión estructural. Así, Petra (2023) vincula autonomía con manipulación interactiva del problema.

Además, la retroalimentación de los estudiantes confirma que GeoGebra brindó un entorno interactivo, flexible y estimulante (Suratno y Waliyanti, 2023). A continuación, Hohenwarter y Jones (2007) explican que la dinámica gráfica genera comprensión activa. Igualmente, Petra (2023) relaciona la manipulación visual con motivación sostenida. Asimismo, Siemens (2005) indica que los entornos digitales incrementan la exploración voluntaria (Woolfolk, 2013). También, Bandura (1977) afirma que la interacción constante mejora la autoevaluación. Igualmente, Schoenfeld (1992) señala que el entorno condiciona el tipo de estrategia usada. Además, Vygotsky (1978) destaca la relevancia del contexto mediador para activar el potencial cognitivo.

También, se reportó que GeoGebra incentivó el pensamiento crítico al presentar situaciones abiertas que requerían argumentación (Petra, 2023). Asimismo, Siemens (2005) observa que los recursos visuales potencian la creatividad estructurada. Igualmente, Handayani et al. (2022) asocian las estrategias digitales con originalidad en la formulación de soluciones (Suratno y Yaliyanti, 2023). A su vez, Vygotsky (1978) resalta la estimulación cognitiva a partir de la mediación. Además, Kaiser (2016) defiende la necesidad de fomentar habilidades críticas desde la formación inicial. También, Marzano (2007) vincula la creatividad con entornos de prueba. Igualmente, Schoenfeld (1992) destaca la relevancia de tareas no rutinarias.

A continuación, las dificultades iniciales fueron superadas en la mayoría de los casos, según las respuestas de los estudiantes (Susanti et al., 2022). Asimismo, Siemens (2004) sostiene que la familiarización progresiva permite apropiación instrumental. Igualmente, Piaget (1977) indica que la adaptación activa reestructura esquemas de acción. También, Suratno y Waliyanti (2023) explican que la repetición guiada mejora el desempeño en tareas digitales. De igual manera, Bandura (1977) destaca la autoeficacia como motor del progreso. A su vez, Petra (2023) vincula aprendizaje adaptativo con manipulación libre. Igualmente, Pólya (1945) afirma que los errores son parte del proceso de descubrimiento.

Por último, los hallazgos cualitativos y cuantitativos coinciden en que GeoGebra impactó positivamente en todos los aspectos evaluados (Susanti et al., 2022). Asimismo, Schoenfeld (1992) advierte que la coherencia entre percepción y desempeño refuerza el aprendizaje. Igualmente, Petra (2023) resalta que la utilidad percibida mejora el compromiso. También, Siemens (2005) plantea que la integración entre usuarios y recursos potencia los resultados (Rosyidi et al., 2024). Además, Woolfolk (2013) considera que la percepción de dominio eleva la participación activa. Igualmente, Vygotsky (1978) sostiene que la mediación adecuada transforma capacidades latentes. Así, Bandura (1977) identifica la experiencia directa como fuente de aprendizaje..

5. Conclusiones

Los hallazgos de la presente investigación permiten concluir que la aplicación de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas con GeoGebra incide significativamente en la mejora de los aprendizajes de optimización en estudiantes de ingeniería. La comparación entre los resultados pre y post intervención evidencia un incremento sustancial en todas las dimensiones evaluadas: conocimiento conceptual, aplicación de métodos y técnicas, resolución efectiva de problemas y pensamiento crítico y creativo. Particularmente, el grupo experimental pasó de tener un 80 %

de estudiantes en nivel elemental a un 64 % en nivel sobresaliente, lo que demuestra el efecto positivo de la intervención. Los resultados obtenidos también revelan que GeoGebra se consolida como una herramienta eficaz para fomentar aprendizajes significativos, al permitir la visualización, manipulación y validación de conceptos matemáticos complejos. La evidencia cuantitativa se ve respaldada por la percepción positiva expresada por los estudiantes en las entrevistas, quienes destacaron la utilidad del software para mejorar su comprensión y capacidad resolutoria en contextos aplicados de optimización. Desde una perspectiva pedagógica, la estrategia con GeoGebra demuestra su potencial para articular la teoría del aprendizaje constructivista con enfoques conectivistas y de resolución de problemas, promoviendo una enseñanza más dinámica, participativa y orientada a competencias. Asimismo, los resultados sugieren que esta propuesta puede ser replicable en otros cursos de formación matemática en ingeniería y ciencias aplicadas.

Entre las limitaciones principales se identifica el tamaño reducido de la muestra ($n=50$) y su carácter no probabilístico, lo que restringe la generalización de los resultados a otras poblaciones. Además, no se consideraron variables intervinientes como el nivel previo de alfabetización digital de los estudiantes, su motivación intrínseca o diferencias en los estilos de aprendizaje, que podrían influir en la efectividad de la estrategia. Asimismo, la intervención se realizó en un único ciclo académico y en una sola institución, por lo que no se evalúan efectos sostenidos en el tiempo ni en contextos institucionales diversos.

Para ampliar el alcance de estos hallazgos, se recomienda desarrollar estudios longitudinales que permitan observar el impacto de GeoGebra en el desarrollo sostenido de competencias matemáticas a lo largo de varios ciclos académicos. También sería pertinente explorar variaciones metodológicas que integren esta herramienta en entornos de aprendizaje híbrido o a distancia, considerando distintos niveles de educación superior. Asimismo, futuras investigaciones podrían comparar la efectividad de GeoGebra frente a otras plataformas digitales de matemática dinámica, o integrar análisis cualitativos más profundos sobre la experiencia de los estudiantes y docentes en torno al uso del software.

Finalmente, se sugiere evaluar el impacto de este tipo de estrategias en otros dominios matemáticos, como cálculo diferencial, álgebra lineal o estadística inferencial, así como en la formación de competencias transversales como la colaboración, el pensamiento computacional y la toma de decisiones basada en datos..

Referencias bibliográficas

- Ausubel, D. P. (1963). *La psicología del aprendizaje verbal significativo*. Grune & Stratton.
<https://psycnet.apa.org/record/1964-10399-000>
- Banco Mundial (2022). *The state of the global education crisis: A path to recovery*.
<https://documents1.worldbank.org/curated/en/416991638768297704/pdf/The-State-of-the-Global-Education-Crisis-A-Path-to-Recovery.pdf>
- Bandura, A. (1977). *Social learning theory*. General Learning Press.
https://www.asecib.ase.ro/mps/Bandura_SocialLearningTheory.pdf
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE Publications.
- Handayani, E. D., Kusnawati, E., Sari, N. M., Yaniawati, P., & Zulkarnaen, M. I. (2022). Implementation of GeoGebra-assisted creative problem-solving model to improve problem solving ability and learning interest students. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(1), 33–48. <https://doi.org/10.24042/ajpm.v13i1.11341>
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Métodos de vinculación de la geometría y el álgebra: El caso de GeoGebra. En *Actas de la 31ª Conferencia del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática* (Vol. 3, pp. 125–132). <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n70/1990-8644-rc-15-70-102.pdf>
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Matemáticas dinámicas con GeoGebra. *Revista de Matemáticas en línea y sus Aplicaciones*, 7. <https://revistas.usil.edu.pe/index.php/pyr/article/download/251/502?inline=1>
- IEA. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science*. https://www.iea.nl/sites/default/files/2020-12/TIMSS-2019-International-Results-in-Mathematics-and-Science_0.pdf
- Kaiser, G. (2016). Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education. *Faculty of Education, Didactics of Mathematics, Universität Hamburg, Germany*. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-62597-3_14

- Marzano, R. J., Pickering, D. J., & Pollock, J. E. (2007). *Classroom instruction that works: Research-based strategies for increasing student achievement*. ASCD. <https://eric.ed.gov/?id=ED450096>
- Ministerio de Educación del Perú & OBEPE. (2024c). *Balance 2023 de la educación peruana*. <https://obepe.org/wp-content/uploads/2024/04/Informe-Situacion-de-la-educacion-2023.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2023). *PISA 2022: El Perú mantiene sus resultados en competencias de lectura y ciencia*. <https://www.gob.pe/institucion/minedu/noticias/877904-pisa-2022-el-peru-mantiene-sus-resultados-en-las-competencias-de-lectura-y-ciencia>
- Ministerio de Educación del Perú. (2024a). *Perú en PISA 2022: Informe nacional de resultados*. https://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/02/Reporte_de_resultados_PISA_2022_Peru.pdf
- Ministerio de Educación del Perú. (2024b). *Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje (ENLA) 2023*. <https://www.infobae.com/peru/2024/06/12/informe-de-minedu-revela-que-mas-del-70-de-escolares-no-logra-nivel-satisfactorio-en-matematicas/>
- Noverianto, B., Agoestanto, A., Dewi, N. R., & Mariani, S. (2024). Meta analysis: The effect of the GeoGebra applet-assisted discovery learning model on students' mathematical problem solving ability in geometry material. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 9(2), 331–346. <https://doi.org/10.31943/mathline.v9i2.604>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The state of learning and equity in education*. https://www.oecd.org/en/publications/pisa-2022-results-volume-i_53f23881-en.html
- Petra, Z. (2023). The use of GeoGebra in technical mathematics. In *Symposium on Advance of Sustainable Engineering 2021 (SIMASE 2021)*. https://doi.org/10.17973/MMSJ.2023_03_2022112
- Piaget, J. (1977). *El desarrollo de la noción de tiempo*. Buenos Aires: Siglo XXI. https://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press. <https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>
- Rosyidi, A. H., Sari, Y. M., Fardah, D. K., & Masriyah, M. (2024). Designing mathematics problem-solving assessment with GeoGebra Classroom: Proving the instrument validity. *Journal of Education and Learning (EduLearn)*, 18(3). <https://doi.org/10.11591/edulearn.v18i3.21191>
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). MacMillan.
- Siemens, G. (2005). Connectivism: A learning theory for the digital age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning*, 2(1), 3–10.
- Smith, A. (2015). *Métodos de investigación en ciencias sociales*. Editorial Académica Española.
- Suratno, J., & Waliyanti, I. K. (2023). Integration of GeoGebra in problem-based learning to improve students' problem-solving skills. *International Journal of Research in Mathematics Education*, 1(1), 67–80. <https://doi.org/10.24090/ijrme.v1i1.8514>
- Susanti, D., Jailani, J., & Irfan, L. (2022). Pembelajaran kooperatif tipe group investigation berbantuan GeoGebra untuk mendukung keterampilan collaboration, problem solving, dan communication. *Aksioma: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(2). <http://dx.doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.4726>
- Türkoğlu, H., & Yalçınalp, S. (2024). Investigating problem-solving behaviours of university students through an eye-tracking system using GeoGebra in geometry: A case study. *Education and Information Technologies*, 29, 15761–15791. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12452-1>
- UNESCO (2024). *World education statistics 2024*. <https://tcg.uis.unesco.org/wp-content/uploads/sites/4/2024/09/World-Education-Statistics-2024.pdf>
- UNICEF. (2022). *Global annual results report 2022: Goal area 2*. <https://www.unicef.org/media/142921/file/Global%20annual%20results%20report%202022%3A%20Goal%20area%202.pdf>



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial 4.0 Internacional