

ANÁLISIS PROBABILÍSTICO SIMPLIFICADO DE PÓRTICOS DE CONCRETO REFORZADO ANTE ACCIONES SÍSMICAS

Angelo Marinilli¹

¹ *Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME), Facultad de Ingeniería, Universidad Central (Venezuela)*
E-mail: angelo.marinilli@ucv.ve

RESUMEN

El comportamiento adecuado de una estructura es altamente dependiente de las propiedades mecánicas de los materiales estructurales. Un análisis probabilístico permite evaluar el efecto de la variabilidad de dichas propiedades sobre el comportamiento sismorresistente de las estructuras. El objeto de este trabajo es desarrollar un análisis probabilístico simplificado de pórticos de concreto reforzado ante cargas sísmicas. Los análisis simplificados fueron basados en el Método de los Estimadores Puntuales de Rosenblueth, considerando la resistencia a compresión del concreto (f'_c) y la tensión cedente del acero (f_y) como variables aleatorias independientes. Se presentan algunos ejemplos de aplicación sobre secciones, elementos estructurales y estructuras aporricadas de concreto reforzado, prestando especial atención al comportamiento no lineal de los mismos. El comportamiento sismorresistente de las estructuras aporricadas fue evaluado con análisis estáticos no lineales (pushover). Los resultados obtenidos fueron validados con el Método de Simulación de Montecarlo. Se concluye que el Método de los Estimadores Puntuales puede ser utilizado para desarrollar análisis probabilísticos simplificados de estructuras bajo acciones sísmicas. Resultados más refinados pueden ser obtenidos mediante el Método de Simulación de Montecarlo, el cual requiere un número mayor de evaluaciones de la respuesta sísmica.

Palabras clave: concreto reforzado, pórticos, comportamiento sísmico, Método de los Estimadores Puntuales, Método de Simulación de Montecarlo.

SIMPLIFIED PROBABILISTIC ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE FRAMES UNDER SEISMIC ACTIONS

ABSTRACT

Proper seismic performance of a structure is highly dependent on the mechanical properties of structural materials. A stochastic analysis allows us to evaluate the effect of variability of such mechanical properties on seismic performance of structures. The goal of this investigation is to perform a simplified stochastic analysis of reinforced concrete frames under seismic loads. Simplified analyses were performed based on Rosenblueth's Point Estimate Method, considering compressive concrete strength (f'_c) and reinforcement steel yield stress (f_y) as independent stochastic variables. Some application examples, focused on non-linear behavior, are presented concerning reinforced concrete cross-sections, structural members and frame structures. Seismic performance of frame structures was evaluated with pushover analyses. Results obtained with Point Estimate Method were validated with results obtained with Monte Carlo Simulation Method. It was concluded that Point Estimate Method can be used to perform simplified probabilistic analyses of structures under seismic actions. More refined results can be obtained with Monte Carlo Simulation Method, which requires a greater amount of numerical evaluation of seismic responses.

Key Words: reinforced concrete, frames, seismic behavior, Point Estimate Method, Monte Carlo Simulation Method.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis, diseño, detallado y construcción de una estructura de concreto reforzado son realizados para garantizar comportamientos estructurales y sismorresistentes adecuados. Sin embargo, algunos aspectos del comportamiento tales como la resistencia, la ductilidad y la capacidad de absorber y disipar energía dependen de las propiedades mecánicas de los materiales estructurales. Usualmente existe mucha incertidumbre debido a la variabilidad de dichas propiedades. Los análisis probabilísticos son herramientas valiosas para evaluar el efecto de dicha variabilidad sobre el comportamiento estructural y especialmente el comportamiento sismorresistente de la estructura.

El Método de Simulación de Montecarlo es un método muy difundido y relativamente simple de implementar para desarrollar análisis probabilísticos; sin embargo, tiene la desventaja de requerir la mayoría de las veces un número elevado de simulaciones numéricas para obtener resultados confiables. En la literatura técnica pueden ser encontradas diversas propuestas para reducir el número de simulaciones necesarias, tales como las técnicas para reducción de varianza (*variance reductions techniques*) (véase p.e. Wilson, 1984 o Schuëller, 2001) o las técnicas de muestreo selectivo (*importance sampling*) (Melchers, 1999). Por otra parte, existen otros métodos que requieren un menor número de simulaciones para desarrollar análisis probabilísticos simplificados pero igualmente útiles. Entre estos métodos simplificados se pueden citar el Método de los Estimadores Puntuales.

El objeto de este trabajo es desarrollar un análisis probabilístico simplificado de pórticos de concreto reforzado bajo la acción de cargas sísmicas. Los análisis simplificados fueron realizados mediante el Método de los Estimadores Puntuales de Rosenblueth, considerando la resistencia a compresión del concreto (f'_c) y la tensión cedente del acero (f_y) como variables aleatorias independientes. Se presta especial atención al comportamiento no lineal de pórticos de concreto reforzado cuando son sometidos a la acción de sollicitaciones sísmicas. Los resultados obtenidos con el Método de los Estimadores Puntuales fueron validados con el Método de Simulación de Montecarlo.

2. ANÁLISIS PROBABILÍSTICOS

2.1 Método de Simulación de Montecarlo

El Método de Simulación de Montecarlo (MSMC) es un método numérico utilizado para resolver problemas mediante la simulación de variables aleatorias. El MSMC ha sido utilizado ampliamente para abordar problemas relacionados con la ingeniería civil (véase por ejemplo Bejamin y Cornell, 1981 y Ang y Tang, 1984). Más recientemente el MSMC ha sido utilizado para analizar el comportamiento de estructuras bajo la acción de cargas sísmicas. Así, por ejemplo, Esteva *et al.* (2002) evaluaron los valores medios y las desviaciones estándar de diversas respuestas estructurales. Towashiraporn *et al.* (2002) calcularon la probabilidad de ocurrencia de daño en estructuras de mampostería no reforzada con dispositivos de disipación de energía pasivos y sin ellos. Vukazich *et al.* (2002) calcularon la probabilidad de falla para diversas estructuras. Chen y Li (2004) estudiaron la confiabilidad del comportamiento no lineal de estructuras. Marubashi *et al.* (2004) estudiaron el efecto de la variabilidad de la resistencia de elementos estructurales sobre el comportamiento sismorresistente de estructuras. Biondini y Toniolo (2004) validaron criterios de diseño sismorresistente de estructuras aporticadas con los resultados obtenidos de ensayos pseudoestáticos efectuados sobre estructuras a escala natural.

A continuación se presenta de manera esquemática la implementación del MSMC. Otros detalles acerca de la implementación del método puede encontrarse en la literatura técnica especializada (véase por ejemplo Ang y Tang, 1984 y Melchers, 1999):

- i. Los valores de cada una de las variables aleatorias que intervienen en el problema son generados en forma aleatoria.

- ii. Las respuestas estructurales de interés son evaluadas en forma determinística con los valores generados en el punto anterior.
- iii. Los pasos i y ii son repetidos hasta obtener un número estadísticamente representativo de valores de las respuestas estructurales.
- iv. Se realiza un análisis estadístico para obtener los parámetros estadísticos y las distribuciones probabilísticas de las respuesta estructurales.
- v. Se evalúa la probabilidad de falla, la confiabilidad o alternatively se evalúa el efecto de las variables aleatorias sobre el comportamiento del sistema analizado.

Los resultados obtenidos con el MSMC pueden ser considerados como “resultados exactos” dado que estos se encuentran entre las mejores aproximaciones disponibles de los “resultados reales”. Sin embargo, el MSMC tiene la desventaja de requerir la mayoría de las veces un número elevado de simulaciones numéricas para obtener resultados confiables.

2.2 Método de los Estimadores Puntuales

El Método de los Estimadores Puntuales (MEP) que se presenta fue originalmente propuesto por Rosenblueth (1975). El método básicamente considera que una función de una variable aleatoria ($y = f(x)$) puede ser concentrada en los dos puntos mostrados a continuación:

$$\begin{aligned} y_+ &= f(x_+) = f(m_x + s_x) \\ y_- &= f(x_-) = f(m_x - s_x) \end{aligned} \quad (1)$$

Donde m_x es la media y s_x es la desviación estándar de la variable x . La media y la varianza de la función y pueden ser obtenidas por medio de las siguientes expresiones:

$$m_y = y_+ \cdot P_+ + y_- \cdot P_- \quad (2)$$

$$s_y^2 = (y_+ - m_y)^2 \cdot P_+ + (y_- - m_y)^2 \cdot P_- \quad (3)$$

Donde $P_+ = P_- = P = 1/2$ si se considera que la distribución probabilística de la variable x es simétrica. Este concepto puede ser extendido para funciones de varias variables aleatorias. Si la función y posee n variables aleatorias, el número de términos será igual a 2^n y la probabilidad asociada a cada uno de ellos será $P = 1/2^n$. Esto suponiendo que las n variables aleatorias son independientes y que sus distribuciones probabilísticas son simétricas. El MEP tiene la ventaja de requerir, en términos generales, un número sustancialmente menor de evaluaciones numéricas de las respuestas de interés; sin embargo, tiene la desventaja de requerir conocer previamente las distribuciones probabilísticas de dichas respuestas para la evaluación de probabilidades.

El MEP ha sido utilizado para analizar diversos problemas relacionados con la ingeniería civil (véase por ejemplo Melchers, 1999). Nguyen y Chowdhury (1985) compararon los resultados de la evaluación del descenso del nivel freático causado por excavaciones obtenidos con el Método de los Estimadores Puntuales con los obtenidos con el Método de Simulación de Montecarlo para variables aleatorias correlacionadas desarrollado por los autores. Sewel (1984) empleó los estimadores puntuales para evaluar la capacidad sísmica de presas de tierra. Calabresi *et al.* (1988) usaron los estimadores puntuales para evaluar los asentamientos de diques experimentales, comparando los resultados con los obtenidos con el Método de los Elementos Finitos. Finalmente, Li (1992) recomendó el uso de los estimadores puntuales para obtener los momentos estadísticos de funciones que no pueden ser expresadas matemáticamente, tales como los resultados obtenidos mediante el Método de los Elementos Finitos o el Método de las Diferencias Finitas.

3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

A continuación se presentan algunos ejemplos de aplicación del MSMC y del MEP, considerando la resistencia a compresión del concreto (f'_c) y la tensión cedente del acero (f_y) como variables aleatorias independientes. Se presta especial atención al comportamiento no lineal de pórticos de concreto reforzado cuando son sometidos a la acción de solicitaciones sísmicas.

3.1 Ejemplo 1. Secciones transversales de concreto reforzado

La sección de concreto reforzado considerada en este ejemplo es una sección cuadrada de 0.40m x 0.40m, reforzada con ocho barras N° 7, tal como se muestra en la Figura 1. Las respuestas consideradas en el análisis de la sección fueron el momento y la curvatura cedentes (M_y y ϕ_y), el momento y la curvatura de agotamiento (M_u y ϕ_u), y la ductilidad de curvatura ($\mu\phi$). Los análisis fueron realizados mediante un código computacional desarrollado por el autor en el ambiente *Matlab* (MathWorks, 1999). El programa considera la curva tensión-deformación para concreto no confinado propuesta por Hognestad, con una deformación de agotamiento $\epsilon_{cu}=0.003$, y una curva tensión-deformación bilineal para el acero de refuerzo con una pendiente posterior a la cedencia igual al 2% del módulo de elasticidad del acero ($0.02 E_s$) (véase Park y Paulay, 1975).

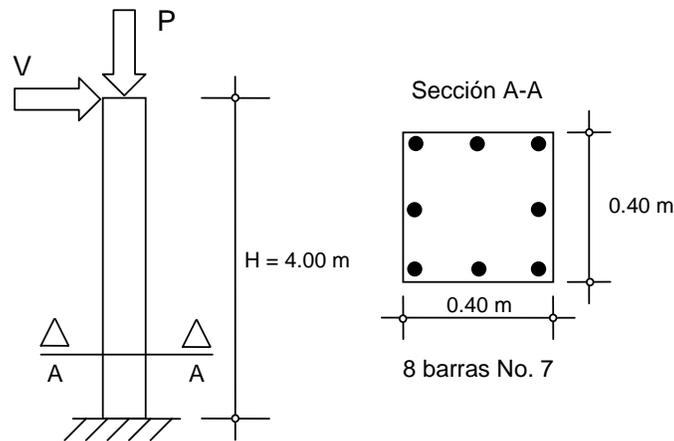


Figura 1. Columna de concreto reforzado bajo la acción de cargas sísmicas.

3.1.1 Materiales

Los valores medios, los coeficientes de variación y las funciones de densidad consideradas para las variables aleatorias son presentadas en la Tabla 1. Los coeficientes de variación y las funciones de densidad fueron seleccionados de acuerdo con lo indicado por Melchers (1999). Para la aplicación del MSMC se generaron cien valores de cada una de las variables aleatorias, los cuáles fueron empleados en los ejemplos presentados más adelante. Los histogramas obtenidos se muestran en la Figura 2, observándose el ajuste de los mismos con la distribución normal. La Tabla 2 contiene los dos valores empleados en la aplicación del MEP para cada una de las variables aleatorias. La Tabla 3 contiene los valores medios y los coeficientes de variación obtenidos para las variables aleatorias por medio del MSMC y del MEP, observándose una buena correspondencia entre los valores obtenidos por ambos métodos y los valores originalmente propuestos.

Tabla 1. Información estadística de las variables aleatorias.

Variable	Valor Medio (MPa)	Coefficiente de Variación	Función de Densidad
f'_c	25	0.15	Normal
f_y	420	0.05	Normal

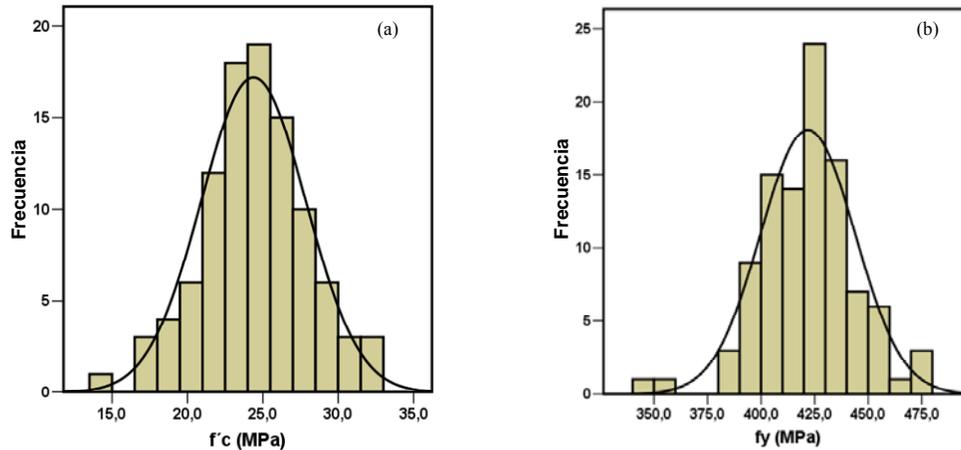


Figura 2. Histogramas y distribuciones normales de los valores generados mediante simulación de los materiales (a) f'_c y (b) f_y

Tabla 2. Valores empleados para la aplicación del MEP para los materiales.

Variable	$m_x + s_x$ (MPa)	$m_x - s_x$ (MPa)
f'_c	28.75	21.25
f_y	441.0	399.0

Tabla 3. Valores medios y coeficientes de variación obtenidos con MSMC y MEP para los materiales

Variable	MSMC		MEP	
	Valor Medio (MPa)	Coefficiente de Variación	Valor Medio (MPa)	Coefficiente de Variación
f'_c	24.38	0.14	25.00	0.15
f_y	421.8	0.05	420.0	0.05

3.1.2 Sección de concreto reforzado sin carga axial

La sección de concreto reforzado fue analizada en primer lugar sin la presencia de carga axial ($P=0$), como una condición usual en vigas de concreto reforzado. Los resultados obtenidos con el MSMC fueron generados luego de realizar cien evaluaciones empleando los valores de f'_c y f_y obtenidos previamente. Los resultados del MEP fueron obtenidos sólo con cuatro evaluaciones, dado que se consideraron únicamente dos variables aleatorias. La Tabla 4 contiene los resultados obtenidos con los dos métodos considerados. Se puede observar que los resultados obtenidos con el MEP muestran buena correspondencia con aquellos obtenidos con el MSMC.

Tabla 4. Resultados obtenidos con MSMC y MEP para una sección de concreto reforzado sin carga axial.

Variable	Unidades	MSMC		MEP	
		Valor Medio	Coefficiente de Variación	Valor Medio	Coefficiente de Variación
My	N m	168265	0.055	167863	0.057
ϕ_y	rad/m	8.57E-03	0.054	8.50E-03	0.065
Mu	N m	218429	0.047	218560	0.049
ϕ_u	rad/m	3.77E-02	0.076	3.83E-02	0.100
$\mu\phi = \phi_u / \phi_y$	-	4.43	0.119	4.54	0.155

3.1.3 Sección de concreto reforzado con carga axial

La sección fue analizada posteriormente bajo la presencia de carga axial ($P=1000$ kN), como una condición usual para columnas de concreto reforzado. La Tabla 5 contiene los resultados obtenidos con los dos métodos de análisis probabilístico empleados. Los resultados obtenidos con el MEP muestran una buena correspondencia con aquellos obtenidos con el MSMC.

Tabla 5. Resultados obtenidos con MSMC y MEP para una sección de concreto reforzado con carga axial

Variable	Unidades	MSMC		MEP	
		Valor Medio	Coefficiente de Variación	Valor Medio	Coefficiente de Variación
My	N-m	283046	0.041	283805	0.043
ϕ_y	rad/m	1.17×10^{-2}	0.062	1.15×10^{-2}	0.082
Mu	N-m	302105	0.058	304153	0.063
ϕ_u	rad/m	1.92×10^{-2}	0.087	1.96×10^{-2}	0.104
$\mu\phi = \phi_u / \phi_y$	-	1.66	0.139	1.71	0.176

3.2 Ejemplo 2 - Columna de concreto reforzado

La columna de concreto reforzado mostrada en la Figura 1 fue analizada bajo con una carga axial ($P=1000$ kN) y bajo la acción de una carga lateral (V). Las respuestas sísmicas consideradas fueron la carga lateral máxima (V_{max}) y el desplazamiento lateral máximo en el tope de la columna (Δ_{max}).

La carga lateral máxima fue evaluada mediante la Ecuación 4, considerando la resistencia a la acción conjunta de flexión y carga axial en la base de la columna, donde M_u es el momento de agotamiento y H es la altura de la columna. El desplazamiento lateral máximo en el tope de la columna fue evaluado mediante la Ecuación 5, la cual considera de manera simplificada el comportamiento no lineal de la columna (véase para mayores detalles Paulay and Priestley, 1992). La longitud de la rótula plástica (l_p) en la Ecuación 5 fue evaluada por medio de la Ecuación 6, donde d_b es el diámetro de las barras de acero de refuerzo y h la altura de la sección (Paulay and Priestley, 1992).

$$V_{max} = \frac{M_u}{H} \quad (4)$$

$$\Delta_{max} = \left(\frac{\phi_y \cdot h^2}{3} \right) + (\phi_u - \phi_y) \cdot l_p \cdot \left(h - \frac{l_p}{2} \right) \quad (5)$$

$$l_p = 0.08 \cdot h + 0.022 \cdot d_b \cdot f_y \quad (\text{MPa}) \quad (6)$$

La Figura 3 contiene los histogramas obtenidos para V_{max} y Δ_{max} con el MSMC, observándose el ajuste de dichos histogramas con la distribución normal. Estos resultados corresponden a cien evaluaciones realizadas empleando los valores de ϕ_y y ϕ_u previamente obtenidos del análisis de la sección de concreto reforzado. La Tabla 6 contiene los valores obtenidos de las respuestas sísmicas consideradas en el análisis para la aplicación del MEP. Se realizaron cuatro evaluaciones puesto que solamente fueron consideradas dos variables aleatorias en el análisis (f'_c y f_y). La Tabla 7 contiene los resultados obtenidos con el MSMC y el MEP, observándose nuevamente que los resultados obtenidos con el MEP mostraron una buena correspondencia con los obtenidos con el MSMC.

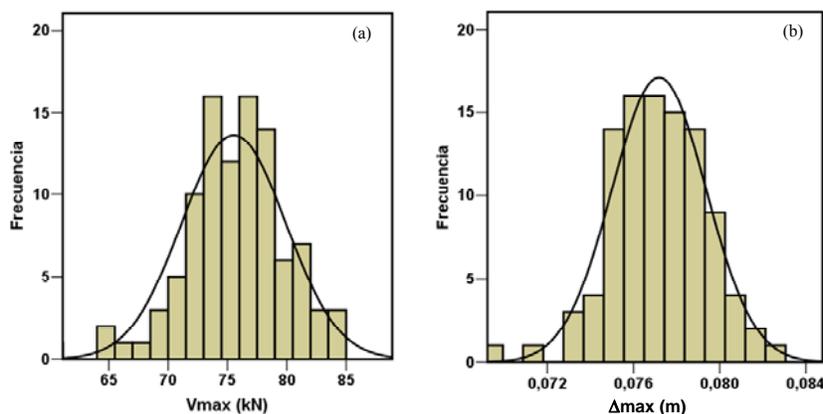


Figura 3. Histogramas y distribuciones normales de (a) V_{max} y (b) Δ_{max} obtenidos con MSMC para la columna de concreto reforzado.

Tabla 6. Valores empleados para la aplicación del MEP para la columna de concreto reforzado.

Variable	$f(m_{f'_c} + s_{f'_c}, m_{f_y} + s_{f_y})$	$f(m_{f'_c} + s_{f'_c}, m_{f_y} - s_{f_y})$	$f(m_{f'_c} - s_{f'_c}, m_{f_y} + s_{f_y})$	$F(m_{f'_c} - s_{f'_c}, m_{f_y} - s_{f_y})$
V_{max} (kN)	81.23	78.49	74.02	70.42
Δ_{max} (m)	0.0800	0.0774	0.0778	0.0741

Tabla 7. Resultados obtenidos con MSMC y MEP para la columna de concreto reforzado.

Variable	MSMC		MEP	
	Valor Medio	Coefficiente de Variación	Valor Medio	Coefficiente de Variación
V_{max} (kN)	75.53	0.058	76.04	0.054
Δ_{max} (m)	0.0772	0.028	0.0773	0.027

3.3 Ejemplo 3 - Pórtico de concreto reforzado

El pórtico de concreto reforzado seleccionado para este ejemplo puede ser observado en la Figura 4. Dicho pórtico representa una muestra típica de las estructuras de concreto reforzado que fueron diseñadas en Venezuela en la década de 1950. Las columnas de la planta baja eran de 0.30m x 0.30m reforzadas longitudinalmente con cuatro barras N° 5. Las vigas del entrepiso eran de 0.30m x 0.60m reforzadas con tres barras N° 8 en la parte inferior y dos barras N° 8 más dos barras N° 4 en la parte superior. Las columnas del primer piso eran de 0.25m x 0.25m reforzadas longitudinalmente con cuatro barras N° 4. Las vigas del techo eran de 0.25m x 0.50m reforzadas con cuatro barras N° 8 en la parte inferior y dos barras N° 8 más dos barras N° 4 en la parte superior. Los valores medios considerados para f'_c y f_y fueron 23 MPa y 276 MPa,

respectivamente, mientras que los coeficientes de variación y las funciones de densidad fueron las mismas que se mostraron en la Tabla 1.

El comportamiento no lineal del pórtico fue evaluado mediante análisis estáticos no lineales (*pushover*) con el programa comercial SAP2000 (Computers and Structures, 2006). El patrón de cargas laterales empleado para los análisis fue triangular, tal como se muestra en la Figura 4. Las cargas distribuidas de gravedad que actuaron en el entrepiso y en el techo fueron 54.8 kN/m y 24.5 kN/m, respectivamente, de acuerdo con lo establecido en la Norma Venezolana 2002 (1988). Los sitios donde potencialmente podían ocurrir las rótulas plásticas por flexión o interacción de flexión y carga axial fueron identificados en los extremos de las vigas y las columnas, respectivamente. Las rótulas plásticas de las vigas fueron modeladas con los diagramas momento-curvatura correspondientes. Las rótulas plásticas de las columnas fueron modeladas con los diagramas de interacción correspondientes y con los diagramas momento-curvatura asociados a los diversos niveles de carga axial. Las longitudes de las rótulas plásticas fueron estimadas con la Ecuación 6. Las respuestas sísmicas que se reportan en este trabajo son el cortante basal máximo (V_{max}) y el desplazamiento máximo en el tope de la estructura (Δ_{max}).

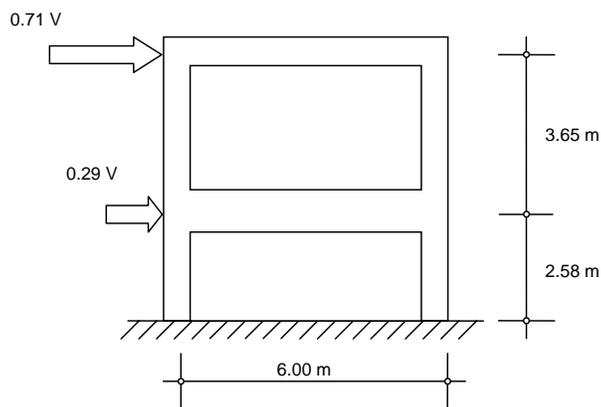


Figura 4. Pórtico de concreto reforzado sometido a cargas sísmicas.

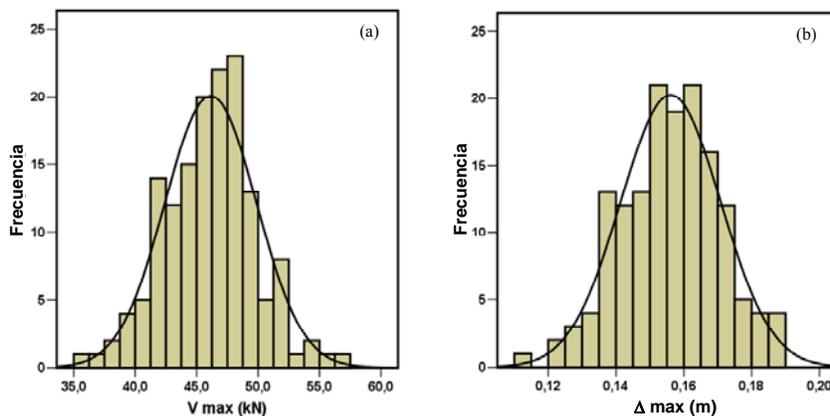


Figura 5. Histogramas y distribuciones normales de (a) V_{max} y (b) Δ_{max} obtenidos con MSMC para el pórtico de concreto reforzado.

Los resultados del MSMC fueron obtenidos mediante la realización de ciento cincuenta análisis de *pushover*, cuyos resultados fueron tomados de las referencias Fuentes y Zambrano (2008) y Otero (2008). Los histogramas obtenidos para V_{max} y Δ_{max} son mostrados en la Figura 5, observándose el ajuste de los mismos con la distribución normal. Los resultados del MEP fueron obtenidos únicamente con cuatro

análisis de *pushover*, puesto que sólo fueron consideradas f'_c y f_y como variables aleatorias. La Tabla 8 contiene los valores obtenidos de las respuestas sísmicas consideradas en el análisis para la aplicación del MEP. La Tabla 9 contiene los resultados de la aplicación del MSMC y del MEP, observándose que los valores medios y los coeficientes de variación obtenidos mediante ambos métodos mostraron buena correspondencia entre sí.

Tabla 8. Valores empleados para la aplicación del MEP para el pórtico de concreto reforzado.

Variable	$f(m_{f'_c} + s_{f'_c}, m_{f_y} + s_{f_y})$	$f(m_{f'_c} + s_{f'_c}, m_{f_y} - s_{f_y})$	$f(m_{f'_c} - s_{f'_c}, m_{f_y} + s_{f_y})$	$F(m_{f'_c} - s_{f'_c}, m_{f_y} - s_{f_y})$
Vmax (kN)	49.13	48.81	43.81	41.38
Δ max (m)	0.160	0.178	0.136	0.142

Tabla 9. Resultados obtenidos con MSMC y MEP para el pórtico de concreto reforzado.

Variable	MSMC		MEP	
	Valor Medio	Coefficiente de Variación	Valor Medio	Coefficiente de Variación
Vmax (kN)	45.81	0.076	45.78	0.072
Δ max (m)	0.155	0.107	0.154	0.107

4. CONCLUSIONES

El Método de los Estimadores Puntuales puede ser usado en la práctica para realizar análisis probabilísticos simplificados de pórticos de concreto reforzado sometidos a la acción de cargas laterales inducidas por movimientos sísmicos, aún considerando el comportamiento no lineal de las estructuras.

Pueden obtenerse resultados más refinados con el Método de Simulación de Montecarlo; sin embargo, éste suele requerir un número sustancialmente mayor de evaluaciones numéricas de las respuestas sismorresistentes de las estructuras.

5. AGRADECIMIENTOS

El autor desea agradecer el financiamiento otorgado por el Consejo de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela (CDCH/UCV) por medio del proyecto PI 08-00-5903-2005.

6. REFERENCIAS

1. Ang., A. and Tang, W.H. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Vol. II.* John Wiley and Sons, New York.
2. Benjamin, J.R. y Cornell, C.A. (1981). *Probabilidad y Estadística en Ingeniería Civil.* Mc Graw Hill, México D.F.
3. Biondini, F., Toniolo, G. (2004). Validation of seismic design criteria for concrete frames based on Monte Carlo simulation and full-scale pseudo-dynamic tests. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B. C., paper 2581.
4. Calabresi, G., Pardi, L., and Rampello, S. (1988). Application of Statistics to the Geotechnical Modelling of Heterogeneous Soils, *Symposium on Reliability-Based Design in Civil Engineering*, Lausanne.
5. Chen, J., Li, J. (2004). Seismic reliability assessment of nonlinear stochastic structures. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B. C., paper 3015.

6. Computers and Structures (2006). Linear and Nonlinear Static and Dynamic Analysis and Design of Three-Dimensional Structures. Basic Analysis Reference Manual. Computers and Structures, Inc. Berkeley.
7. Esteva, L., Alamilla, J. and Díaz-López, O. (2002). Failure Models, Significant Variables and Reference Systems in Reliability Based Seismic Design of Multistory Buildings. *Proceedings of the Seventh U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, paper 158.
8. Fuentes, T. y Zambrano, G. (2008). *Evaluación sismorresistente del comportamiento de pórticos de concreto reforzado con el método de los estimadores puntuales*. Trabajo Especial de Grado para optar al Título de Ingeniero Civil. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
9. Li, K. S. (1992). Point-Estimate Method for Calculating Statistical Moments, *J. of Eng. Mech.*, 118(7), 1.506-1.511.
10. Marubashi, N., Umemura, H., Ichinose, T. (2004). Effects of strength variation on seismic response of structures. *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B. C., paper 2253.
11. MathWorks (1999). *Matlab Version 5.3.0.10183(R11)*. The MathWorks Inc.
12. Melchers, R. E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*. John Wiley & Sons, Chichester.
13. Nguyen, V. U. and Chowdhury, R. N. (1985). Simulation for risk analysis with correlated variables, *Géotechnique*, 35(1), 47-58.
14. Norma Venezolana 2002 (1988). Criterios y acciones mínimas para el proyecto de edificaciones. Covenin, Caracas.
15. Otero, A. (2008). Evaluación del efecto del endurecimiento del acero en el comportamiento sismorresistente de estructuras aporricadas de concreto reforzado. Trabajo Especial de Grado para optar al Título de Ingeniero Civil. Universidad Central de Venezuela, Caracas.
16. Park, R. y Paulay, T. (1978). *Estructuras de Concreto Reforzado*. Limusa, México D. F.
17. Paulay, T. and Priestley, M. J. N. (1992). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
18. Rosenblueth, E. (1975). Second-order probabilities approximations, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 72(10), 3.812-3.814.
19. Sewel, R. T. (1984). *Simplified Seismic Reliability Analysis of Earth Dams*, Doctoral Dissertation, Stanford University, CA.
20. Schuëller, G. I. (2001). Computational stochastic mechanics – recent advances. *Computers and Structures*. 79(2001), 2.225-2.234.
21. Towashiraporn, P., Park, J., Craig, J.I. and Goodno B.J. (2002). Fragility Reduction for URM Buildings using Passive Response Modification. *Proceedings of the Seventh U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, paper 166.
22. Vukazich, S., Marek, P. and Fischer, O. (2002). Uncertainty Assessment by means of Simulation. *Proceedings of the Seventh U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, Boston, paper 431.
23. Wilson, J. R. (1984). Variance reduction techniques for digital simulation, *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 4(3-4), 277-312.