

## DETERMINACIÓN DEL CENTRO DE ESFUERZO EN UN TROQUEL DE CORTE UTILIZANDO UN PROGRAMA CAD

CLARA BALDI DE COSTA  
Departamento de Matemática Aplicada  
Facultad de Ingeniería - Universidad Central de Venezuela

Recibido: julio de 2004

Recibido en forma final revisado: mayo de 2006

### RESUMEN

Se discute la importancia de la correcta ubicación del centro de esfuerzo en un troquel de corte para minimizar las cargas laterales sobre los elementos de guía. Se describe el proceso matemático para determinar el centro de esfuerzo a través del cálculo del centroide de una curva, y sucesivamente se proporciona un método de aproximación que utiliza la capacidad de AutoCAD de calcular el centroide de una región plana bidimensional.

*Palabras claves:* Troquel de corte, centro de esfuerzo, centroide, AutoCAD.

### DETERMINATION OF THE FORCE CENTER IN A BLANKING DIE USING A CAD PROGRAM

#### ABSTRACT

The importance of a correct positioning of the force center in a blanking die is discussed. The mathematical process to determine the force center by calculating the centroid of a curve is described, and an approximation method is given, using an AutoCAD feature that calculates the centroid of a plane bi-dimensional region.

*Keywords:* blanking die, force center, centroid, AutoCAD.

#### INTRODUCCIÓN

Un troquel de corte es un herramental que se instala en una prensa y permite practicar cortes o perforaciones en láminas, que en la mayoría de las aplicaciones son metálicas.

Un troquel de corte consta esencialmente de uno o varios punzones perfilados según el corte que se quiera realizar, y de una matriz, la cual tiene perforaciones en correspondencia de los punzones.

La lámina que se va a trabajar se apoya sobre la matriz: cuando los punzones descienden sobre la lámina, la perforan e introducen el material desgarrado a través de las perforaciones de la matriz, las cuales tienen paredes cónicas, para facilitar la salida del material.

Los punzones y las perforaciones de la matriz deben estar perfectamente centrados, de manera que cada punzón entre en su respectiva perforación de la matriz con un juego («gap») constante a lo largo de todo su perímetro, condición que garantiza el correcto corte del material: de otra manera el corte de la lámina es defectuoso y presenta rebabas; en casos extremos, los punzones pueden chocar contra la matriz y fracturarse.

Los punzones se fijan en la base superior del troquel, y la matriz se fija en la base inferior. Las bases están conectadas por un sistema de columnas y bocinas de guía para garantizar el centrado. En los troqueles de precisión, también está presente una tercera placa, situada en posición intermedia, que lleva fijada una guía a través de la cual se deslizan los punzones: la guía mantiene los punzones centrados y al mismo tiempo prensa la lámina contra la matriz, evitando que se deforme o desplace.

El montaje del troquel en la prensa se efectúa fijando la base superior a la maza de la prensa y la base inferior a la mesa de la prensa misma; su posicionamiento se realiza normalmente a través de un perno de referencia situado en la parte superior del troquel que se aloja en una correspondiente cavidad ubicada en el centro de la maza.

La lámina que se corta con el troquel ofrece resistencia al corte, por lo cual sobre el troquel actúan esfuerzos resistentes. Esos esfuerzos se pueden imaginar concentrados en un punto que se denomina centro de esfuerzo.

Es muy importante que el centro de esfuerzo quede en correspondencia del centro de la maza de la prensa, ya que de lo contrario se genera un torque que tiende a alterar el

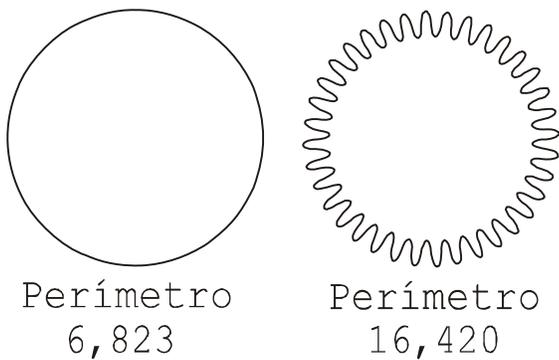
paralelismo entre las bases, generando esfuerzos laterales sobre los punzones y las columnas («side load»); esto hace que los punzones pierdan su centrado con respecto a la matriz, y las bocinas de guía se engrifan, causando problemas en el corte y en casos extremos hasta daños irreparables al troquel y a la misma prensa (Stauch y Mendoza, 2002).

El cálculo del centro de esfuerzo tiene por lo tanto una importancia vital en el proyecto de un troquel; pero el proceso suele ser largo y tedioso, por lo cual se hace necesario un método que proporcione una buena aproximación de una manera práctica y sencilla. A continuación se presenta el cálculo matemático, y un método de aproximación basado en las funciones del programa AutoCAD, de Autodesk.

**CALCULO MATEMÁTICO DEL CENTRO DE ESFUERZO**

La resistencia del material al desgarre se concentra sobre el perímetro de corte, y es proporcional a la longitud de ese perímetro. Luego, el centro de esfuerzo corresponde al centroide geométrico de la curva, o de la unión de curvas, que define el perímetro de corte (Oehler y Kaiser, 1985). Es importante destacar que lo que aumenta el esfuerzo de corte no es el tamaño o área de la región que se va a cortar, sino la longitud de su perímetro. Así, el corte de un engranaje dentado puede requerir un tonelaje de prensa varias veces mayor del tonelaje requerido para cortar un disco de la misma área.

En la figura 1 se presentan un disco y un engranaje con 36 dientes que tienen el mismo diámetro externo, pero con perímetros notablemente diferentes (para simplificar, los perfiles de los dientes han sido dibujados con arcos de elipse, en vez de arcos de evolvente).



**Figura 1**

El esfuerzo para cortar el engranaje es  $16,420/6,283 = 2,6$  veces mayor del esfuerzo requerido para cortar el disco.

Para calcular las coordenadas del centroide  $(\bar{x}, \bar{y})$  de una curva  $C$  parametrizada por:

$$x = x(t), y = y(t), t \in [a, b]$$

se calcula primero la longitud de  $C$ :

$$l(C) = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt$$

y luego las integrales:

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x(t) \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt}{l(C)}$$

$$\bar{y} = \frac{\int_a^b y(t) \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt}{l(C)}$$

Si en una misma operación el troquel corta varios perfiles  $C_1, \dots, C_n$  con longitudes respectivas  $l_1, \dots, l_n$  y centroides  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1), \dots, (\bar{x}_n, \bar{y}_n)$  entonces el centro de esfuerzo del troquel,  $(\bar{x}, \bar{y})$ , tendrá como coordenadas los promedios ponderados de las coordenadas de los centroides:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 \cdot l_1 + \dots + \bar{x}_n \cdot l_n}{l_1 + \dots + l_n}$$

$$\bar{y} = \frac{\bar{y}_1 \cdot l_1 + \dots + \bar{y}_n \cdot l_n}{l_1 + \dots + l_n}$$

**APROXIMACIÓN DEL CENTRO DE ESFUERZO CON AutoCAD**

El concepto de centroide de una curva es bastante elusivo, como sabe cualquier profesor de cálculo que intenta explicarlo a sus alumnos, ya que las aplicaciones prácticas son bastante limitadas. Tal vez por este motivo, AutoCAD sólo proporciona herramientas para determinar el centroide de regiones planas o sólidas, mas no de curvas. Por lo tanto, hay que recurrir a un proceso de aproximación del centroide de una curva mediante la determinación del centroide de una región plana «delgada» que tenga la forma de la curva.

Para aproximar el centro de esfuerzo de una curva cerrada se procede de la siguiente manera:

1. Se convierte la curva graficada con AutoCAD en una poli-línea (comando: *bpoly*).
2. Se construye otra curva (comando: *offset*) a una distancia que debe ser despreciable comparada con las dimensiones de la curva. Se sugiere tomar como distancia  $\epsilon$  el valor del juego o «gap» entre punzón y matriz.
3. Se construyen las dos regiones encerradas respectivamente por las dos curvas (en versión 12, comando: *model*, opción: *solidify*; en AutoCAD 2004, comando: *region*).
4. Se construye la región comprendida entre las dos curvas (*subtract*).
5. En caso de que el troquel corte varios perfiles, se repiten los pasos de 1 a 4 para cada uno de ellos, utilizando el mismo valor de  $\epsilon$ , y se construye la región formada por la unión de todas las regiones entre curvas (*union*).
6. Se calcula el centroide de la región entre curvas (en versión 12, opción: *inquiry - mass property*; en Auto-CAD 2004, comando: *massprop*).

El centroide de la región entre curvas resulta ser una muy buena aproximación del centroide de la curva original.

### EJEMPLOS Y DISCUSIÓN

Cualquier curva que posea un centro de simetría tiene su centroide en el mismo centro; por lo tanto los ejemplos se basan en curvas sin centro de simetría.

#### Ejemplo 1.

El centroide de un segmento de recta está ubicado en el punto medio del segmento. Los segmentos OA, AB, BO, donde O es el origen (0,0), A tiene coordenadas (a,0) y B tiene coordenadas (0,a), tienen longitudes a,  $a\sqrt{2}$ , a respectivamente; los centroides correspondientes son los puntos (a/2,0), (a/2, a/2), (0, a/2).

El centroide de la poligonal OABO (Figura 2) está ubicado por lo tanto en el punto de coordenadas:

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{a \cdot \frac{a}{2} + a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2} + a \cdot 0}{a + a\sqrt{2} + a} = \frac{a^2}{a} \frac{1 + \sqrt{2}}{4 + 2\sqrt{2}}$$

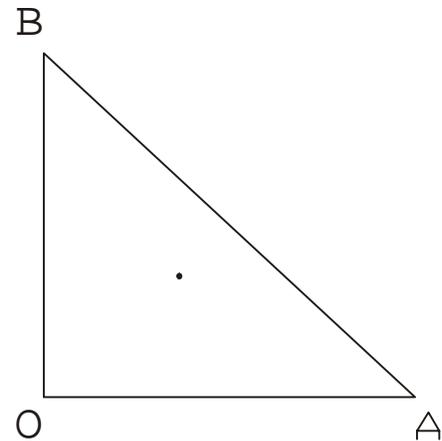


Figura 2

que racionalizando se convierte en:

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{a\sqrt{2}}{4} \cong 0.35355 a$$

Es de hacer notar que este centroide de la curva OABO no coincide con el centroide del triángulo (región plana) OAB, ubicado en:

$$\bar{x} = \bar{y} = \frac{a}{3} \cong 0.33333 a$$

Al aplicar el método de aproximación con AutoCAD y tomando una distancia  $\epsilon$  entre curvas igual a  $a/200$  se obtiene un centroide de coordenadas iguales a  $0,35304 a$ , con un error relativo del 0,1 % con respecto al valor verdadero.

#### Ejemplo 2.

El centroide de la semicircunferencia:

$$x = a \cos(t), y = a \sin(t), t \in [0, \pi] \quad \text{es}$$

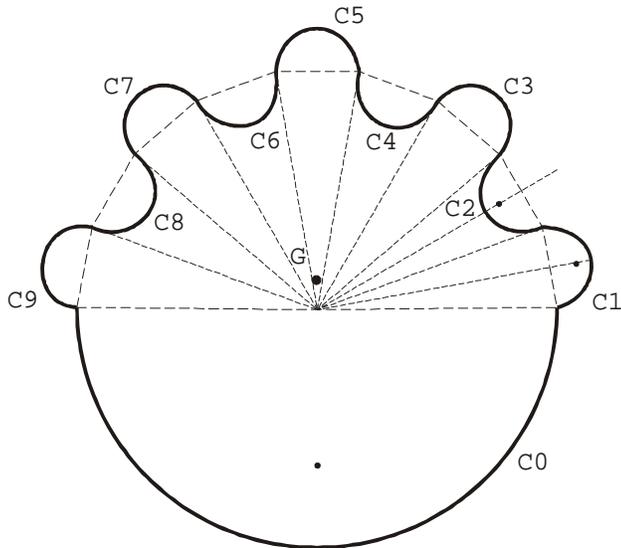
$$\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = \frac{\int_0^\pi a \sin(t) \sqrt{a^2 \sin^2(t) + a^2 \cos^2(t)} dt}{a\pi} = \frac{2}{\pi} a$$

La curva  $C = C_0 \cup C_1 \cup \dots \cup C_9$ , indicada en la figura 3, está formada de la siguiente manera: en una circunferencia de radio  $a$  se inscribe un polígono regular de 18 lados.  $C_0$  es la mitad inferior de la circunferencia; las curvas  $C_1, \dots, C_9$  son semicircunferencias que tienen como diámetros nueve lados consecutivos del polígono.

Ubicando un sistema cartesiano con origen en el centro de

$$C_0 \text{ se tiene } \bar{x}_0 = 0 ; \bar{y}_0 = -\frac{2}{\pi} a.$$



**Figura 3**

El centro de  $C_i$  ( $i = 1, \dots, 9$ ) dista  $a \cos(\alpha)$  del origen, y está sobre la semirrecta de ángulo polar  $(2i-1)\alpha$ , donde

$$\alpha = \frac{\pi}{18} \text{ radianes} = 10^\circ; \text{ el radio de } C_i \text{ es } a \sin(\alpha).$$

El centroide de  $C_i$  estará más alejado del origen que el centro de  $C_i$  para  $i$  impar, y más cercano al origen cuando  $i$  es par. La distancia entre centro y centroide de  $C_i$  es

$$\frac{2}{\pi} a \sin(\alpha).$$

Las coordenadas del centroide de  $C_i$  son entonces:

$$\bar{x}_i = \left[ a \cos(\alpha) + (-1)^{i-1} \frac{2}{\pi} a \sin(\alpha) \right] \cos[(2i-1)\alpha]$$

$$\bar{y}_i = \left[ a \cos(\alpha) + (-1)^{i-1} \frac{2}{\pi} a \sin(\alpha) \right] \sin[(2i-1)\alpha]$$

por lo cual el centroide de  $C$  tiene  $\bar{x} = 0$  (por simetría):

$$\bar{y} = \frac{-\frac{2a}{\pi} a\pi + a\pi \sin(\alpha) \sum_{i=1}^9 a \cos(\alpha) \sin[(2i-1)\alpha]}{a\pi + 9a\pi \sin(\alpha)} +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^9 (-1)^{i-1} \frac{2}{\pi} a \sin(\alpha) \sin[(2i-1)\alpha]}{a\pi + 9a\pi \sin(\alpha)}$$

Aplicando fórmulas para suma de senos se obtiene que:

$$\sum_{i=1}^9 \sin[(2i-1)\alpha] = 2 + 4 \cos(2\alpha)$$

$$\sum_{i=1}^9 (-1)^{i-1} \sin[(2i-1)\alpha] = 0$$

por lo tanto:

$$\bar{y} = a \frac{\pi \sin(2\alpha) [1 + 2 \cos(2\alpha)] - 2}{\pi + 9\pi \sin(\alpha)} \cong 0,1359a$$

El centroide de la curva está ubicado a  $0,1359 a$  unidades por arriba del centro de  $C_0$  y en la figura 3 se indica con el punto G.

Al aplicar el método de aproximación con AutoCAD y tomando una distancia  $\epsilon$  entre curvas igual a  $1/100$  del radio  $a$  de la curva  $C_0$ , se obtiene un centroide ubicado a  $0,1351 a$  unidades por arriba del centro de  $C_0$ , con un error relativo del  $0,6 \%$  con respecto al valor verdadero.

La aproximación por AutoCAD será en general excelente cuando se tome un valor de  $\epsilon$  para el *offset* suficientemente pequeño con respecto a las dimensiones de las regiones encerradas por las curvas. Esto ocurre con el valor sugerido en el proceso de construcción, es decir, el juego entre punzones y matriz.

#### AGRADECIMIENTO

A mi esposo, Mauro Costa, por su invaluable ayuda.

#### REFERENCIAS

- OEHLER, G. & KAISER. (1985). *Stampi per taglio, tranciatura e imbutitura*. Tecniche Nuove, Milano, p. 717.
- PITA R., C. (1995). *Cálculo Vectorial*. Prentice Hall, México, pp. 1077.
- STAUCH, G. & MENDOZA. (2002). Guide Elements for Stamping Dies. MetalForming. March 2002. pp. 48-51.