

## MODELADO NUMÉRICO DEL ANILLO FIBROSO: REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

LILIBETH ZAMBRANO <sup>1,2</sup>, ADRIANA LAMMARDO <sup>3</sup>, CARMEN MÜLLER-KARGER <sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Departamento Mecánica, Universidad Simón Bolívar, lazambrano@usb.ve

<sup>2</sup> Departamento de Ciencias y Técnicas de la Construcción, Universidad Metropolitana, lizambrano@unimet.edu.ve

<sup>3</sup> Grupo Biomecánica de la USB, Universidad Simón Bolívar, adrianalow006@gmail.com

<sup>4</sup> Departamento Mecánica, Universidad Simón Bolívar, cmuller@usb.ve

Recibido: febrero 2013

Recibido en forma final revisado: octubre 2013

### RESUMEN

Las lesiones de la columna vertebral han aumentado progresivamente en los últimos años, lo cual ha favorecido el interés en la producción de modelos computacionales que permitan aportar soluciones médicas y orienten en el diagnóstico de ciertas patologías. Uno de los desafíos que pueden encontrarse en el desarrollo de modelos computacionales, es la simulación del comportamiento del disco intervertebral, debido a su compleja estructura. En la literatura existen varias metodologías que se ajustan al comportamiento del mismo. El objetivo principal de este trabajo es resumir las últimas tendencias en el modelaje del disco intervertebral, no con el fin de definir un modelo correcto, sino con el propósito de ofrecer un medio de comparación entre los distintos análisis. Se presenta un breve repaso a la constitución fisiológica del disco, se discutirán diferentes modelos haciendo énfasis en el enfoque teórico y fisiológico empleado en el análisis del comportamiento del disco intervertebral. Finalmente, se establecerán unas breves conclusiones.

*Palabras clave:* Disco intervertebral, Modelado numérico, Propiedades mecánicas.

### NUMERICAL MODELING OF THE ANNULUS FIBROSUS: REVIEW STATE OF ART

#### ABSTRACT

Injuries of the vertebral column have gradually increased in recent years, this has favored interest in the production of computer models that provide medical solutions and guide in the diagnosis of certain pathologies. One of the challenges that can be found in the development of computational models is the simulation of the behavior of the intervertebral disc, due to its complex structure. In the literature there are several methodologies that conform to the disc behavior; the main objective of this paper is to summarize recent trends in the modeling of the intervertebral disc, not with the purpose of defining a proper model, but with the idea of offering a means of comparison between the various analyses. Herein a brief review of the physiological constitution of the disc is presented and different models will be discussed with emphasis on the theoretical and physiological approach used in the analysis of the behavior of the intervertebral disc. Finally, a few brief conclusions will be established.

*Keywords:* Intervertebral disc, Numerical modeling, Mechanics properties.

#### INTRODUCCIÓN

La columna vertebral o raquis es un sistema dinámico, formado por Unidades Funcionales Vertebrales (UFV) compuestas por elementos rígidos (vértebras) y elementos elásticos (discos intervertebrales, ligamentos). Gran parte del buen funcionamiento de nuestra columna vertebral, se debe a la presencia del disco intervertebral; se sabe que actúa como amortiguador y transmisor de cargas (debido al peso corporal y a la actividad muscular) desde y hacia los

cuerpos vertebrales, es considerada como el componente más crítico en la mayoría de los estudios de análisis de esfuerzo (modelos de elementos finitos), y es por esto que es importante contar con una correcta representación en los modelos vertebrales representados (Fagan *et al.* 2002).

Estudios encontrados en la literatura, demuestran que en muchos lugares del mundo, gran parte de las ausencias laborales están relacionadas con afecciones en el raquis, específicamente con aquellas que involucran al disco

intervertebral (Kadir *et al.* 2010; Kuo *et al.* 2010; Wang *et al.* 2000; Wang *et al.* 1997; Adams & Dolan, 2005; Tyndyk *et al.* 2007). Pero tales desórdenes y las posibles soluciones son difíciles de evaluar e implementar in vivo en los pacientes. Aspecto que ha favorecido el aumento en el interés en la producción de modelos computacionales que permitan aportar soluciones médicas y orienten en el diagnóstico de ciertas patologías.

Si bien la mayoría de los trabajos de investigación coinciden en que la respuesta mecánica del disco se debe a su constitución y procesos bioquímicos, el efecto de estos últimos se observa sobre todo al analizar el desempeño del disco ante aplicación de cargas, pudiéndose constatar que los resultados dependen estrechamente del tiempo de aplicación de las mismas (Lodygowski *et al.* 2005).

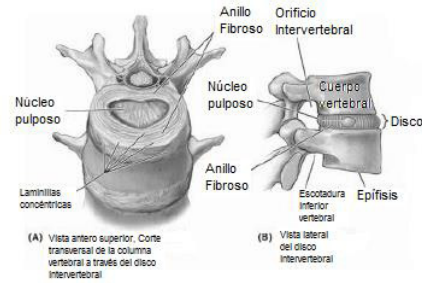
El objetivo principal de este trabajo es resumir las últimas tendencias en el modelaje del disco intervertebral, no con el fin de definir un modelo correcto, sino con el propósito de ofrecer un medio de comparación entre los distintos análisis, pues es posible encontrar numerosos estudios en los cuales el comportamiento del disco se evalúa desde distintos puntos de vista: considerando efectos viscoelásticos, poroelásticos o considerando comportamiento hiperelástico.

En las secciones siguientes, se comenzará con un breve repaso sobre la constitución fisiológica del disco; posteriormente, se discutirán diferentes modelos presentes en la literatura, haciendo énfasis en el enfoque teórico empleado en el análisis del comportamiento del disco intervertebral. Finalmente, se establecerán unas breves conclusiones.

### Fisiología del disco Intervertebral

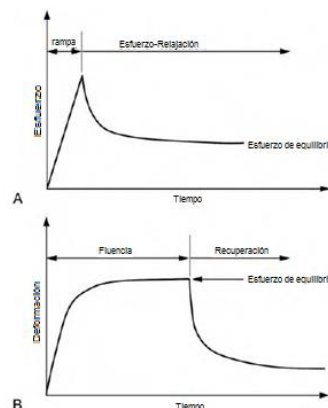
El disco intervertebral es un tejido blando, que se encuentra entre cada una de las vértebras que componen la columna vertebral, y junto con los ligamentos proporciona movilidad y flexibilidad al raquis. Fisiológicamente, está constituido (de afuera hacia adentro) por las placas terminales, el anillo fibroso y el núcleo pulposo (Figura 1).

Las *placas terminales* separan el disco intervertebral de los cuerpos vertebrales adyacentes en una UFV, evitando el contacto directo entre éstos y el anillo fibroso y el núcleo pulposo; además distribuyen la carga de forma uniforme sobre el disco intervertebral. Están compuestas por cartílago hialino y son el medio de nutrición del disco. Se sabe que sus propiedades mecánicas varían espacialmente, pero no han sido suficientemente estudiadas (Comin *et al.* 1995).



**Figura 1.** Estructura del disco intervertebral. (Fuente: Moore & Dalley, 2007)

El *anillo fibroso* es un cilindro fibrocartilagenoso que rodea el núcleo pulposo y delimita la forma externa del disco intervertebral. Está formado por varias capas concéntricas de fibras de colágeno (Tipo I) embebidas en una matriz de proteoglicanos. Las fibras de colágeno de las capas están orientadas en ángulos alternantes de  $\pm 60$  respecto al eje longitudinal de la columna (Colombini *et al.* 2008). Las capas concéntricas no son continuas, presentándose más capas en la zona anterior del anillo que en la posterior. Esta distribución de sus componentes capacita al anillo para soportar cargas axiales de compresión (interior del anillo), compresión radial y tensión circunferencial (exterior del anillo) debido a cargas compresivas en el disco; además de soportar cargas cortantes de torsión y flexión (Comin *et al.* 1995). Por otra parte, esta disposición de las fibras provoca un comportamiento anisotrópico, soportando cargas a tensión, pero sin resistir cargas de compresión (Iatridis *et al.* 1998; Comin *et al.* 1995). Es un tejido no homogéneo y sus propiedades mecánicas varían espacialmente, sobre todo en la dirección circunferencial. Se ha demostrado experimentalmente que el anillo exhibe un comportamiento no-lineal y viscoelástico (comportamiento carga-desplazamiento depende del tiempo, como el expuesto en la Figura 2) (Guerin & Elliott, 2006). La composición bioquímica del anillo también contribuye a su comportamiento no-lineal y no-homogéneo.



**Figura 2.** Comportamiento Viscoelástico, (A) esfuerzo-relajación, (B) fluencia. (Fuente: Guerin & Elliott, 2006)

El núcleo pulposo es la estructura semi-sólida, translúcida y gelatinosa que se encuentra en el centro del disco intervertebral. Está compuesto por una serie de fibrillas de colágeno tipo II aleatoriamente distribuidas en una matriz con un alto contenido de agua, lo que hace que en condiciones fisiológicas normales el núcleo se encuentre presurizado. Dicha presión posibilita la absorción y transmisión de las cargas compresivas a las que se somete el disco intervertebral (Guerin & Elliott, 2006). La distribución aleatoria de las fibrillas de colágeno, junto con la presión hidrostática presente, hace que el núcleo pulposo tenga el comportamiento isotrópico y de un fluido incompresible.

### Modelos del disco intervertebral

Hasta el año 2008, los modelos numéricos comúnmente utilizados para simular el comportamiento del disco intervertebral adoptaban métodos que incluían la anisotropía del disco, la entrada y salida de flujo en el disco, las fuerzas osmóticas y las variaciones regionales en la composición de los tejidos. Revisiones muy completas de este tipo de investigaciones son tratadas en los trabajos de Natarajan *et al.* (2007) y Jones & Wilcox (2008).

En los estudios revisados, al analizar el comportamiento del anillo fibroso, es posible encontrar diferentes tendencias, tomando en cuenta la composición bioquímica y las no linealidades asociadas tanto con las deformaciones como con las propiedades mecánicas de dicho tejido.

Así, hasta la fecha de la última revisión (2012), se pueden distinguir cuatro grandes formulaciones utilizadas en la simulación del anillo fibroso: el modelaje estructural, el modelaje a través de la teoría de mecánica del continuo, la simulación basada en la teoría de microplanos y la simulación utilizando el modelo de homogeneización, las cuales se detallan a continuación.

### Modelos Estructurales

Utilizados ampliamente para estudiar la función del disco intervertebral (los efectos de su degeneración, el rol de cada componente, el comportamiento biomecánico de UFV o del raquis en toda su extensión) y que se caracterizan por emplear la teoría del elemento finito (Yin & Elliott, 2005).

En estos modelos, la matriz base del anillo fibroso por lo general se considera con propiedades lineales elásticas tanto para compresión y tensión, la anisotropía introducida por la presencia de las fibras de colágeno se describe utilizando elementos tipo “cable” o tipo “barra” (Kurutz, 2010).

Entre los datos o valores necesarios para aplicar este tipo de modelos, se tienen: los módulos de elasticidad de las fibras y de la matriz base, el coeficiente módulo de Poisson de las fibras y la matriz, y la fracción de volumen de las fibras. En la mayoría de los casos, estas propiedades no han sido medidas directamente, sino que son tomadas de las encontradas de la literatura.

La validación de estos modelos generalmente se realiza por comparación con las predicciones del comportamiento mecánico de segmentos de la columna con datos reportados en la literatura, teniendo la desventaja de que este tipo de datos presenta gran variación a nivel experimental (debido a la variación intrínseca entre pacientes y condiciones de medición) y no evalúa el comportamiento individual del tejido del disco o de sus componentes por separado (Yin & Elliott, 2005). Asimismo, la distribución geométrica y el tamaño considerados para los elementos estructurales utilizados para representar las fibras, no simula adecuadamente las condiciones fisiológicas del anillo fibroso.

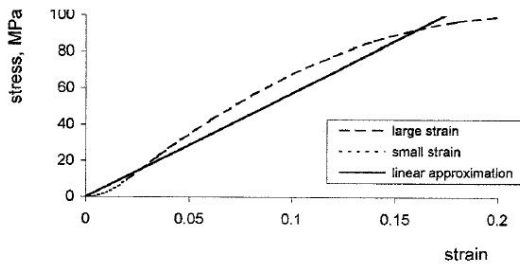
Como ejemplo del uso de este tipo modelo, es el realizado por Fagan *et al.* (2002), quienes utilizan un modelo intervertebral para analizar la influencia de las no linealidades presentes en la geometría y en las propiedades del disco sometido a cargas de compresión, flexión y torsión, comparando sus resultados con datos experimentales. La geometría utilizada fue generada a partir de tomografías (CT) del segmento L2-L3, estructurando el disco de la siguiente forma: las placas terminales utilizando elementos tipo concha, el núcleo pulposo utilizando elementos tipo sólido, la matriz base del anillo fibroso con elementos sólidos y las fibras con elementos tipo cable sometidos solamente a tensión unidas a la matriz a 30°.

Una desventaja presente en este modelo, es la consideración de las fibras; los autores crean estas fibras a partir de la unión diagonal de los nodos de las caras internas y externas de los elementos del anillo, y no siempre se lograba obtener el mismo valor de inclinación en todas las fibras debido a los distintos tamaños de elementos utilizados (Fagan *et al.* 2002). La combinación de las propiedades y de la geometría utilizadas en el estudio, se exhiben en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Combinación de propiedades utilizadas en el estudio

|                   | Fibras   |     | Anillo  |      | Núcleo  |       |
|-------------------|----------|-----|---------|------|---------|-------|
|                   | E (MPa)  | v   | E (MPa) | v    | E (MPa) | v     |
| Lineal            | 500      | 0.3 | 4.0     | 0.45 | 4.0     | 0.499 |
| No Lineal         | Fig. 3   | 0.3 | 4.0     | 0.45 | 4.0     | 0.499 |
| Rango Considerado | 200-1000 |     | 1-5     |      | 1-5     |       |

Los resultados de este modelo analizando el estado de carga a compresión, muestran que asumir la no linealidad en la geometría (grandes deformaciones, Figura 3) durante el análisis de elementos finitos, tiene gran importancia en las características de compresión; sin embargo, utilizar no-linealidad en los materiales no tuvo mayor incidencia. Por otra parte, la no linealidad de los materiales, fue más incidente bajo las cargas de flexión y torsión; con respecto a las propiedades de las fibras, fue insignificante el efecto de rigidez durante la compresión, pero sí es importante el efecto de la rigidez durante la flexión y la torsión.

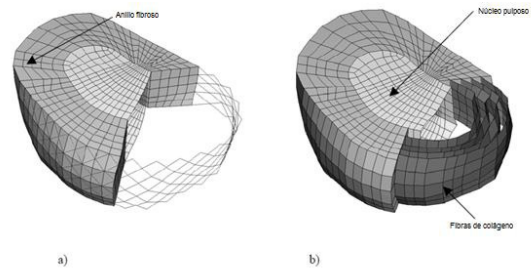


**Figura 3.** Curva esfuerzo-deformación no-lineal para las fibras del disco. (Fuente: Fagan et al. 2002).

Otro resultado importante es con respecto al abultamiento del disco, pues se observa que para los distintos estados de carga no se ve ningún efecto por el cambio de rango de las propiedades consideradas. El esfuerzo en el anillo varía significativamente cuando se varían las propiedades de los materiales.

Los autores consideran que es importante la inclusión de la no linealidad de las propiedades y de la geometría en las opciones de análisis de elementos finitos del disco intervertebral ya que son necesarios para predecir con mayor aproximación las características in vivo de carga-deformación.

Otro ejemplo de este tipo de modelos fue el realizado por Lodygowski et al. (2005), quienes desarrollaron y validaron un modelo simplificado del disco intervertebral del segmento L4-L5. Esta simplificación está basada en el remplazo del disco por elementos conectores, los cuales presentan comportamiento elástico parecido a un resorte y componentes correspondientes al movimiento relativo. En este estudio se modeló las fibras del anillo como capas de superficies uniformemente distanciadas. La Figura 4 representa el esquema de la configuración del disco intervertebral, en el cual se puede apreciar las capas de fibras del anillo fibroso.



**Figura 4.** Modelo de elementos finitos para el disco intervertebral a) con elementos tipo barra, b) con capas de elementos. (Fuente: Lodygowski et al. 2005).

El núcleo pulposo es considerado como un cuerpo incompresible, y es modelado como una cavidad llena utilizando elementos de fluido hidrostático con un valor de presión inicial, los cuerpos vertebrales se consideran como isotrópicos al igual que la placa terminal. En la Tabla 2 se enumeran las propiedades mecánicas utilizadas.

**Tabla 2.** Combinación de propiedades utilizadas en el estudio

|               | Fibras  | Anillos |     | Núcleo                       | Placas terminales |     |
|---------------|---------|---------|-----|------------------------------|-------------------|-----|
|               | E (MPa) | E (MPa) | v   | $\rho$ (kg/mm <sup>3</sup> ) | E (MPa)           | v   |
| Isotrópico    | 45      | 4.0     | 0.4 |                              | 23.8              | 0.4 |
| Incompresible |         |         |     | 1.0-6                        |                   |     |

Los autores justifican el uso de capas de fibra, porque utilizando elementos tipo cable representa una metodología tediosa, que consume mucho tiempo y aumenta el costo computacional, además, el uso de estos elementos sería dependiente de la malla, ya que cada vez que se haga un remallado es necesario definir de nuevo las fibras.

Tyndyk et al. (2007), generaron un modelo de elementos finitos del segmento torácico-lumbar de la columna vertebral, el objetivo del estudio era realizar un modelo realista 3D que les permitiera flexibilidad en la escogencia y combinación de elementos durante el mallado. Este modelo fue sujeto a varias cargas de compresión, y lo realizaron para ilustrar la utilidad de modelos de elementos finitos.

En los cuerpos vertebrales, la capa cortical y trabecular y en la matriz base del anillo fibroso (3 capas radiales), utilizaron un mallado de elementos sólidos hexaédricos de 8 nodos, y material isotrópico; en las fibras del anillo, se utilizaron elementos tipo cable alineados en las capas empleando un patrón cruzado y ubicadas aproximadamente con un ángulo



de 40° con respecto al plano horizontal del disco. El núcleo pulposo, lo simularon como un material incompresible y representado por elementos híbridos de 8 nodos, utilizando un bajo módulo de Young y un módulo de Poisson cercano a 0,5; en la Tabla 3 se enumeran las propiedades mecánicas empleadas en el modelo.

**Tabla 3.** Combinación de propiedades utilizadas en el estudio

|            | Fibras  |       | Anillos |       | Núcleo  |       | Placas terminales |       |
|------------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|-------------------|-------|
|            | E (MPa) | $\nu$ | E (MPa) | $\nu$ | E (MPa) | $\nu$ | E (MPa)           | $\nu$ |
| Isotrópico | 500     | 0.3   | 4.2     | 0.45  | 1.0     | 0.499 | 1000              | 0.3   |

De forma general, entre los resultados obtenidos por los autores, muestran que el modelo es capaz de reproducir y detallar de forma cuantitativa la información con respecto al comportamiento mecánico de la columna, pues con este modelo se puede apreciar cómo la respuesta biomecánica de la columna es muy sensible a pequeños cambios en las condiciones de carga, además de que puede ser considerada como una herramienta de análisis bastante útil, como por ejemplos en términos de relaciones entre la postura del cuerpo y el riesgo de algún daño espinal.

Según Tyndyk *et al.* (2007), el uso de modelos como los de su estudio, son importantes herramientas computacionales en investigaciones clínicas de la columna, primero porque los elementos finitos les permite crear variedad de modelos que pueden ser examinados bajo diferentes estados de cargas fisiológicos, además de que permiten obtener información que no es fácil obtener de estudios experimentales, como por ejemplo la distribución de tensiones en las vértebras y en el disco intervertebral.

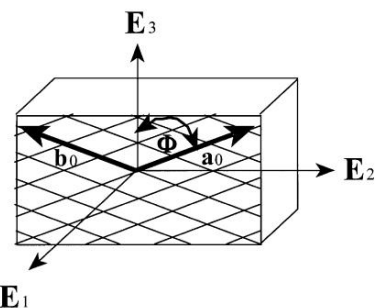
Kuo *et al.* (2010), desarrollaron un modelo para analizar y comparar el comportamiento biomecánico del segmento lumbar de la columna, el cual está asociado con síntomas de dolor de la espalda baja y otros desordenes de la columna. El modelo fue construido a partir de tomografías computarizadas; consideraron las propiedades de los componentes como lineales isotrópicos; utilizaron elementos tetraédricos para las superficies esponjosas de las vértebras y la matriz base del anillo fibroso; las superficies cortical, placa terminal, y las capas del anillo fibroso fueron modeladas con elementos triangulares tipo Shell; para el núcleo pulposo emplearon elementos tetraédricos casi incompresibles. Las condiciones de cargas utilizadas fueron 4: el peso de la persona estando de pie, una condición de pre-carga, momentos de flexión y momentos de rotación.

Los resultados obtenidos en el modelo muestran que la presión en el disco aumenta significativamente utilizando la pre-carga, se aprecia más evaluando flexión en extensión que rotación axial.

Existen en la literatura muchos más ejemplos utilizando este tipo de modelado en el disco intervertebral. En el presente trabajo solamente mencionamos algunos en donde se puede apreciar el tipo de análisis que se puede realizar, el cual es la principal ventaja; se puede decir que la desventaja que presenta este tipo de modelo es la representación de las fibras, ya que los autores estudiados manifiestan en sus trabajos el exceso de tiempo empleado y la total dependencia de las fibras con la malla.

### Modelos basados en la mecánica del continuo

Apartir del año 2000, los modelos numéricos han incorporado las formulaciones teóricas o analíticas con las cuales se ha descrito el comportamiento del disco intervertebral. Particularmente al estudiar el comportamiento del anillo fibroso, es posible encontrar diferentes concepciones, tomando en cuenta la composición bioquímica y las no-linealidades presentes, tanto en la geometría como en las propiedades mecánicas de dicho tejido. A estos modelos se les conocen como modelos hiperelásticos.



**Figura 5.** Esquema de representación anillo fibroso. (Fuente: Klisch & Lotz, 1999)

La ventaja de este tipo de formulación radica en el hecho de que a partir de ensayos experimentales pueden determinarse directamente las propiedades del material, facilitando la creación de un modelo constitutivo, partiendo de consideraciones matemáticas que reflejen la estructura compuesta del tejido, utilizando Funciones para la Energía de Deformación (FED) y tensores direccionales para describir la anisotropía del tejido (Eberlein *et al.* 2004; Wagner & Lotz, 2004; Yin & Elliott, 2005; Moramarco *et al.* 2011)). Existen dos tendencias para elaborar tales modelos hiperelásticos: como un continuo compuesto con fibras discretas de colágeno y como un continuo ortotrópico.

## Modelo compuesto por fibras reforzadas

Son muchas las investigaciones desde el año 2004, en las cuales el comportamiento del anillo fibroso se describe a través de los conceptos de la mecánica del continuo. De acuerdo con esta teoría, el anillo fibroso puede simularse como un compuesto con fibras discretas de colágeno embebidas en una matriz isotrópica; esto es, una sustancia base (compuesto) reforzado por fibras (Eberlein *et al.* 2004; Wagner & Lotz, 2004; Guo *et al.* 2006; Peng *et al.* 2006; Pérez *et al.* 2008; Noailly *et al.* 2011; Moramarco *et al.* 2010 y 2011), que hace uso de los invariantes del tensor de deformaciones y las direcciones de las fibras.

Entre los primeros estudios en los cuales se aplica la teoría del “compuesto continuo” de Spencer (1984) para analizar el anillo fibroso del disco intervertebral, se encuentran los realizados por los investigadores Klisch & Lotz (1999), Eberlein *et al.* (2001) y Elliott & Setton (2001); en estos trabajos las funciones para representar la energía de deformación eran sencillas y no incluían las contribuciones mecánicas aportadas por las interacciones entre todos los constituyentes del anillo: interacciones fibra-fibra y matriz-fibra, sólo representan explícitamente la matriz y las fibras del tejido con términos aditivos separados (Wagner & Lotz, 2004).

En estos modelos las fibras son representadas por tensores direccionales unitarios (Yin & Elliott, 2005; Elliott & Setton 2000; Klisch & Lotz, 1999; Eberlein *et al.* 2001); la formulación constitutiva se deriva de la combinación de términos invariantes del tensor de deformación dentro de la función de energía de deformación, la cual puede tener dos formas principalmente: polinomial y exponencial. En su análisis al tejido de las vértebras, Fung *et al.* (1979) determinaron que tanto las funciones exponenciales como las polinomiales son adecuadas para simular el comportamiento de tejidos compuestos reforzados por fibras, pero las funciones exponenciales tienen mejor comportamiento al determinar las constantes del material, debido a la menor variación y tamaño de los coeficientes relacionados con las propiedades del material (Bass *et al.* 2004). Una de las ventajas de estos modelos es que no requieren del conocimiento de las propiedades aisladas de la matriz o la fibra o la fracción del volumen (Yin & Elliott, 2005).

Eberlein *et al.* (2004) representan el comportamiento del anillo fibroso usando la teoría del continuo basándose en un estudio previo (Eberlein *et al.* 2001), a través del uso de la función de energía libre de Helmutz, como muestra la ecuación (1):

$$\psi(C, A_1, A_2) = U(J) + \overline{\psi}_{sg}(\overline{C}) + \sum_{\alpha=1}^2 \overline{\psi}_{f\alpha}(\overline{C}, A_\alpha) \quad (1)$$

La cual incluye la simulación de la sustancia base o matriz isotrópica como un material Noe-Hookeano, caracterizado por una función convexa que depende del tensor de Cauchy-Green por la derecha  $\overline{C}$  y del módulo de corte de la matriz, como muestra la ecuación (2):

$$\overline{\psi}_{sg}(\overline{C}) = \frac{\mu}{2}(\overline{I}_1 - 3) \quad (2)$$

Por otra parte, las familias de fibras que se encuentran en este tejido (y que sólo soportan tracción) se modelan a través de otra función convexa que depende del alargamiento o extensión de las fibras y de su dirección (ecuación 3); y la respuesta volumétrica dada por la función convexa  $U(J)$  que representa la compresibilidad del tejido, tal como se describe en la ecuación (4).

$$\overline{\psi}_{f\alpha}(\overline{C}, A_\alpha) = \frac{k_1}{2k_2} \{ \exp[k_2(I_\alpha^* - 1)^2] - 1 \} \quad (3)$$

donde:

$$\begin{aligned} I_\alpha^* &= \overline{C} : A_\alpha \\ \alpha &= 1, 2 \\ k_1 &> 0 \\ k_2 &> 0 \end{aligned}$$

$$U(J) = \frac{\kappa}{2}(J - 1)^2 \quad (4)$$

Las propiedades del material son obtenidas experimentalmente, asumiendo un comportamiento transversalmente isotrópico. La heterogeneidad del tejido viene dada por una variación regional del ángulo de las fibras respecto a la dirección circunferencial, diferente al ángulo en que se organizan las fibras en dirección axial (Holzapfel, 2003).

En este análisis se consideran deformaciones finitas o Lagrangianas; y aunque es validado con datos experimentales, los resultados obtenidos son adecuados al evaluar extensión y torque axial, más no son muy satisfactorios al estudiar los movimientos de flexión y flexión lateral, por no disponer de la data experimental.

Peng *et al.* (2006), desarrollaron un modelo constitutivo anisotrópico hiperelástico para el anillo fibroso basado en la teoría de la mecánica continua de fibra reforzada, para la cual utilizan una FED que representa el comportamiento anisotrópico elástico del anillo fibroso y compuesta por tres

partes nominales aditivas que representan la contribución de energía de la matriz base, de la fibra, de la interacción fibra-matriz; no se considera la interacción fibra-fibra entre las láminas dado la condición de estructura laminar del anillo fibroso con una familia de fibras alineada por cada lámina, lo cual simplifica el modelo constitutivo.

En el modelo suponen que las fibras están perfectamente y uniformemente adheridas entre la fibra y la matriz base, la cual presumen inicialmente isotrópica hiperelástica, la ecuación general constitutiva es la ecuación 5, donde:  $W^m$  es la contribución de energía de deformación de la matriz,  $W^f$  es la contribución de la fibra y  $W^{FM}$  es la contribución debido a la interacción fibra-matriz.

$$W = W(C, a_0) = W^m + W^f + W^{FM} \quad (5)$$

Las FED están escritas en términos de los 5 invariantes siguientes:

$$I_1 = trC \quad (6)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[(trC)^2 - trC^2] \quad (7)$$

$$I_3 = \det C \quad (8)$$

$$I_4 = a_0 C a_0 = \lambda_f^2 \quad (9)$$

$$I_5 = a_0 C^2 a_0 \quad (10)$$

La energía almacenada en la matriz del anillo se modela con compresibilidad, y se supone un material hiperelástico, se utiliza la bien conocida expresión Neo-Hookeana, es dada por la ecuación (11):

$$W^m = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2 \quad (11)$$

$$J = I_3^{1/2} \quad (12)$$

$$\bar{I}_1 = J^{-2/3} I_1 \quad (13)$$

Con respecto a la fibra, la definen como:

$$\begin{cases} C_2(I_4 - 1)^2 + C_3(I_4 - 1)^4 & I_4 > 1 \\ 0 & I_4 \leq 1 \end{cases} \quad (14)$$

donde:

$\lambda_f$  Representa el estiramiento de las fibras.

Para la interacción fibra-matriz representada por el valor  $f(I_4)$  en la ecuación 15 se asume que éstas están perfectamente unidas entre sí, la contribución en la FED se asumió que se origina del corte entre la fibra y la matriz y plantean la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} W^{fm} &= W^{fm}(I_4, \phi) = f(I_4) X^2 \\ &= f(I_4) \left[ \frac{I_4}{I_3} (I_5 - I_1 I_4 + I_2) - 1 \right]^2 \end{aligned} \quad (15)$$

En la expresión anterior, el término  $f(I_4)$ , asumido como un valor bajo, considerando que a medida de que aumente el estiramiento de las fibras, éstas se vuelven más rígidas, con lo que se logra mayor resistencia a la rotación, por lo tanto  $f(I_4)$  debería aumentar a medida de que aumente el estiramiento, consideran el caso idealizado de fibras rígidas, la expresión que plantean es:  $\gamma$  (MPa) representa el límite superior del factor de interacción,  $\lambda_f^*$  está relacionado con el punto de transición entre la región de la punta y la región lineal en tensión uniaxial de las curvas de esfuerzo-deformación.

$$f(I_4) = \frac{\gamma}{1 + \exp(-\beta(\lambda_f - \lambda_f^*))} \quad (16)$$

Utilizaron data experimental para obtener los 7 parámetros de los materiales, y posteriormente hallar los valores de los parámetros del factor de interacción. Finalmente en la validación del modelo, consideran dos familias de fibra reforzada, tomando en cuenta la consideración de que no existe interacción fibra-fibra, por lo que la expresión FED es:

$$W = W^m + \frac{1}{2}(W_a^f + W_b^f) + \frac{1}{2}(W_a^{fm} + W_b^{fm}) \quad (17)$$

De los resultados obtenidos por Peng *et al.* (2006), estiman que con el uso de este planteamiento obtienen buenas aproximaciones al comparar sus resultados con los encontrados experimentalmente.

Pérez *et al.* (2008), realizaron un modelo de elementos de finitos del segmento cervical evaluando cargas cuasi-estáticas, las vértebras fueron tratadas como cuerpos rígidos, el disco intervertebral fue considerado como no lineal, anisotrópico e incompresible sujeto a grandes deformaciones.

La expresión utilizada fue la propuesta por Holzapfel (2000), donde:  $C_{ij}$  se refieren a las constantes del material obtenido a partir de datos experimentales,  $K_i$  es el parámetro que representa el comportamiento exponencial de las fibras de colágeno,  $J$  es el gradiente de la deformación y  $D$  representa el módulo de incompresibilidad:

$$\begin{aligned}
\psi = & C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 \\
& + C_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 + C_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) \\
& + \frac{K_1}{2K_2} \{ \exp[K_2(\bar{I}_4 - 1)^2] - 1 \} \\
& + \frac{K_1}{2K_2} \{ \exp[K_2(\bar{I}_6 - 1)^2] - 1 \} \\
& + \frac{1}{D}(J - 1)^2
\end{aligned} \tag{18}$$

En este trabajo se demuestra que el uso de fibra reforzada permite describir el comportamiento del anillo fibroso en el disco intervertebral y puede predecir mayor deformación en corte que utilizando un modelo isotrópico, analizando varios estados de cargas (flexión, extensión y rotación axial); obtienen que el máximo esfuerzo de corte en el disco es cuando se somete al movimiento de flexión-extensión.

Esta misma formulación fue aplicada por Moramarco *et al.* (2011), quienes estudiaron la influencia de la consideración de las placas terminales en el segmento vertebral lumbar, sus resultados numéricos los validan con los obtenidos en data experimental y concluyen que para los estados de carga estudiados el hecho de considerar las placas terminales ayuda a seguir con mayor proximidad la tendencia de las curvas experimentales.

### Modelo ortotrópico

Existen también numerosos estudios en los cuales se simula el anillo fibroso como un continuo ortotrópico. Los modelos donde los parámetros de la FED son obtenidos a través de mediciones de la deformación, son usualmente considerados como problemas ortotrópicos. La mayoría de estos modelos consideran el anillo fibroso como un material compuesto, teniendo como base una matriz isotrópica donde están embebidas las fibras de colágeno que aportan anisotropía, originando un modelo transversalmente isótropo (Guo *et al.* 2006).

El primer modelo no-lineal y ortotrópico para el anillo fibroso fue publicado por Klisch & Lotz (1999), estuvo basado en la teoría del continuo de fibra reforzada propuesta por Spencer (1984) y utilizaron nueve parámetros para los materiales (Eberlein *et al.* 2001).

Otro de los primeros modelos hiperelásticos-anisotrópicos propuestos, asume propiedades mecánicas lineales (Elliot & Seaton, 2000), utilizando una FED cuadrática que incluía la interacción interlaminar fibra-fibra. Se consideraron deformaciones infinitesimales calculadas a partir de ensayos uniaxiales, de donde además se calculó el esfuerzo (y la deformación) ingenieril. Este modelo no es aplicable a las condiciones fisiológicas reales de deformación a las que

está sometido el anillo, las cuales se extienden al rango de las grandes deformaciones (Peng *et al.* 2006).

Wagner & Lotz (2004) representan la anisotropía del anillo como un compuesto reforzado por fibras, en el cual una matriz isotrópica es reforzada por dos familias de fibras orientadas en la dirección de los vectores unitarios  $\mathbf{a}_0$  y  $\mathbf{b}_0$  (Figura 5).

Desarrollaron la FED incorporando las características o aportes específicos de los constituyentes del tejido como términos independientes: matriz, fibra y las interacciones entre sus componentes, donde:  $W_{matriz}$  representa la contribución de la matriz isotrópica (compuesta a su vez por dos términos: uno esférico o volumétrico y otro desviatorio o distorsional);  $W_{fibras}$  es el aporte de las dos familias orientadas de fibras de colágeno; y  $W_{interacciones}$  simula las interacciones entre los componentes, en este caso entre las fibras, ya que los autores consideran que las interacciones entre la matriz y las fibras son menos importantes. Cada una de estas funciones depende estrechamente de los invariantes del tensor de Cauchy-Green por la derecha ( $\mathbf{C}$ ).

$$W = W_{matriz} + W_{fibras} + W_{interacciones} \tag{19}$$

$$W_{matriz} = a_1((I_3 - 1)/I_3)^2 + a_2(I_1 I_3^{-1/3} - 3)^2 \tag{20}$$

$$W_{fibras} = \frac{a_3}{b_3}(e^{b_3(I_9 - 2)} - b_3 I_9) \tag{21}$$

$$W_{interaccion} = \frac{a_4}{b_4} e^{b_4(I_{11} - I_9^2 + 2I_{10})} \tag{22}$$

En esta formulación para determinar los valores de los coeficientes de la FED, se utiliza data experimental realizada por los mismos autores (tensión y compresión de anillo en dirección circunferencial), además de experimentos reportados en la literatura; los coeficientes  $a_1, a_2, a_3, a_4$  tienen unidades de MPa, mientras que los coeficientes  $b_3, b_4$  son adimensionales.

De los resultados experimentales obtenidos, se muestran que evaluando el anillo fibroso a tensión representa una zona importante en la región baja de la gráfica, lo cual les permite representar suavemente la transición entre el comportamiento compresivo y el comportamiento rígido a altas deformaciones. Al aplicar la formulación de la FED para predecir el resultado experimental circunferencial y experimental biaxial a tensión en la dirección circunferencial, obtienen resultados consistentes comparándolos con la data experimental, ya que logran representar correctamente el comportamiento de la data experimental.

Bass *et al.* (2004) también utilizaron la teoría de deformaciones finitas o Lagrangianas de membranas



elástico-ortótópicas para definir la función energía de deformación que describe su modelo del anillo fibroso. Los componentes de dicha función son de la forma exponencial y no se basan en una representación estructural del tejido; a diferencia de otros estudios, en este análisis no se distingue explícitamente entre el origen de cada componente (matriz, fibras, interacciones), por lo que los coeficientes no pueden ser relacionados con características físicas o bioquímicas del tejido, como por ejemplo el ángulo de las fibras. La FED planteada por estos autores es la ecuación 23:

$$W = c \exp \left( \begin{array}{l} a_3 E_{11} + a_4 E_{22} + a_5 E_{11}^2 + a_6 E_{22}^2 \\ + a_7 E_{11} E_{22} + a_8 E_{11}^3 + a_9 E_{22}^3 \\ + a_{10} E_{11} E_{22}^2 + a_{11} E_{11}^2 E_{22} \end{array} \right) - a_1 E_{11} - a_2 E_{22} \quad (23)$$

Con la aplicación de programas estadísticos y a partir de datos experimentales diferentes (ensayos uniaxiales, biaxiales y la combinación de éstos), se identificaron y eliminaron los términos redundantes, luego se recalcularon nuevos coeficientes hasta obtener la función más adaptada a la data, ecuación 24:

$$W = c \exp \left( \begin{array}{l} a_3 E_{11} + a_4 E_{22} + a_5 E_{11}^2 + a_6 E_{22}^2 \\ + a_7 E_{11} E_{22} + a_8 E_{11}^3 + a_9 E_{22}^3 \end{array} \right) - a_1 E_{11} - a_2 E_{22} \quad (24)$$

Ya que los valores de cada término son obtenidos a partir de la medición de deformaciones en diferentes ensayos experimentales (uniaxiales y biaxiales), cada uno depende del tensor de deformaciones. Aunque este modelo tuvo problemas para satisfacer las condiciones de borde asociadas con “tracción libre”, demostraron que la data obtenida de ensayos experimentales uniaxiales no es capaz de reproducir los resultados de ensayos biaxiales, y viceversa. Más aún, concluyeron que el uso único de datos de ensayos uniaxiales es insuficiente para describir el comportamiento del anillo fibroso, ya que fisiológicamente este tejido está sometido a esfuerzos multiaxiales.

Asimismo, Guo *et al.* (2006) desarrollaron un modelo constitutivo hiperelástico para compuestos de tejidos suaves, y lo validaron a través de su aplicación al caso del anillo fibroso. En su estudio, a diferencia de investigaciones que utilizan aproximaciones fenomenológicas como el de Wagner & Lotz (2004) y Peng *et al.* (2006), donde la FED se construye con términos que representan la energía almacenada en las fibras, la matriz y las interacciones tangenciales matriz-fibra; la función de energía almacenada se determina considerando la energía almacenada en las fibras y en la sustancia base de un material compuesto: las fibras se modelan como un material Neo-Hookeano generalizado, cuya rigidez depende del alargamiento de las fibras; el gradiente de deformaciones se descompone en dos

partes multiplicativas: una deformación uniaxial a lo largo de las fibras y una deformación tangencial, la cual considera las interacciones fibra-matriz y sus deformaciones no-homogéneas asociadas (no se consideran las interacciones entre láminas).

Finalmente, generalizan las propiedades de la mecánica de un compuesto elástico-lineal al régimen de deformaciones finitas o grandes deformaciones, obteniéndose la energía de deformación almacenada en la deformación tangencial. La matriz se representa con un modelo hiperelástico Neo-Hookeano. Tanto la matriz (o sustancia base) como las fibras son asumidas como materiales incompresibles con rigideces diferentes; además, se considera que las deformaciones en ambos componentes no son uniformes, la FED para este modelo tiene la forma:

$$W = W_{matriz} + W_{fibras} + W_{interacciones} \quad (25)$$

que depende del tensor de deformaciones de la matriz  $C^m$  ( $I^m = tr C^m$ ) y del tensor de deformaciones de las fibras  $C^f$  ( $I^f = tr C^f$ ), del módulo de corte de la matriz en régimen de deformaciones infinitesimales  $C^m_{10}$  ( $C^m_{10} = G_m \lambda^2$ ), de las fracciones de volumen de la matriz y de las fibras  $v^m$  y  $v^f$ , de la dirección original de las fibras  $\mathbf{a}_0$  y  $\mathbf{b}_0$  y del alargamiento de las fibras  $\lambda_f$ .

Al formular entonces específicamente para el anillo fibroso, Guo *et al.* (2006) considera la siguiente FED:

$$W = \frac{1}{2} C^m_{10} \left\{ \begin{array}{l} [v_m + f(I_{a_a})v_f][I_1(F_{fa}^*) - 3] \\ + [v_m + f(I_{b_b})v_f][I_1(F_{fb}^*) - 3] \\ + g[f(I_{a_a})][I_1 - I_1(F_{fa}^*)] \\ + g[f(I_{b_b})][I_1 - I_1(F_{fb}^*)] \end{array} \right\} \quad (26)$$

donde:  $F_{fa}^* = diag[\lambda_{Fa} \lambda_{Fa}^{(-1/2)} \lambda_{Fa}^{(-1/2)}]$  y  $F_{fb}^* = diag[\lambda_{Fb} \lambda_{Fb}^{(-1/2)} \lambda_{Fb}^{(-1/2)}]$ , suponen que no existe interacción entre laminas fibra-fibra.

Basándose en resultados experimentales de Skaggs *et al.* (1994), Guo *et al.* (2006) asumen que las propiedades mecánicas de las diferentes láminas del anillo son iguales, salvo por las direcciones de las fibras (ángulos alternantes en cada capa, respecto al eje longitudinal del disco), las cuales se representan por vectores unitarios  $\mathbf{a}_0$  y  $\mathbf{b}_0$ , respectivamente. Este modelo se valida a través de ensayos uniaxiales de tensión disponibles en la literatura (Elliott & Seaton, 2001; Bass *et al.* 2004), encontrándose concordancia en las curvas de esfuerzo-deformación; además se ha comparado con deformaciones en estado biaxial, donde el modelo muestra las mismas tendencias que los datos experimentales.

A diferencia de los análisis hiperelásticos ortotrópicos anteriores, Guerin & Elliott (2007) en su intento por cuantificar la contribución de la estructura del anillo fibroso en su comportamiento mecánico, elaboraron un modelo ortotrópico, hiperelástico y no-lineal con base en una función de energía de deformación que incluye no sólo los términos para describir el comportamiento de la sustancia base y de las fibras, sino también adicionaron términos para representar las interacciones entre las fibras y la matriz tanto en dirección tangencial como normal.

Para validar la contribución de cada componente de su modelo, Guerin & Elliott (2007) estudiaron el comportamiento del mismo agregando y eliminando términos de la FED, sobre todo los relacionados con las interacciones entre los componentes del anillo; confirmando que el término que describe las interacciones tangenciales entre la matriz y las fibras permite una mejor descripción de la no-linealidad del anillo fibroso. Además, establecieron que la inclusión de los términos de interacciones tangenciales y normales es necesaria para detallar el comportamiento multidireccional de este tejido.

Un modelo mixto del anillo fibroso fue realizado por Sun & Leong (2004). Aquí, la sustancia base o matriz y las fibras de colágeno (fase sólida) se simulan como un material hiperelástico reforzado por fibras con una sola familia de fibras, localizando (o definiendo) un sistema de coordenadas local para cada lámina del anillo, lo cual simplificó el modelo al eliminar la interacción interlaminar fibra-fibra.

La FED resultante consta de siete parámetros del material, seis de los cuales se corresponden con la incompresibilidad de la sustancia base; todos los términos pueden ser obtenidos a través de datos experimentales. Sun & Leong (2004), concluyen que la validación de la FED no puede hacerse únicamente a través de la comparación de curvas esfuerzo vs. deformación, sino que también es necesario comparar los cambios de ángulos entre las familias de fibras, además de los alargamientos (y por lo tanto las deformaciones) principales.

Federico & Herzog (2008) desarrollaron un modelo analítico que, en general, se aplica a los tejidos blandos, por lo que puede particularizarse su uso en el estudio del anillo fibroso. Los investigadores proponen un modelo que representa la elasticidad no-lineal y la permeabilidad de los tejidos blandos hidratados, reforzados por fibras. Este modelo, en principio es capaz de describir cualquier configuración de fibra, a partir de una suposición lineal infinita dada por una función de distribución probabilística. Según los autores,

validar experimentalmente este modelo es difícil, ya que se debe ensayar un material que posea la misma composición que el tejido blando de interés. Sin embargo, este modelo fue un primer intento donde se unifica analíticamente los modelos de elasticidad no lineal, modelo de fibra reforzada y permeabilidad de tejidos blandos.

### **Modelaje por la teoría de microplanos**

La teoría de microplanos ha sido utilizada en el modelaje de diversos materiales en ingeniería: concreto, rocas porosas, metales con memoria, entre otros (Caner et al. 2007). Entre las primeras aplicaciones de esta teoría para el estudio de tejidos blandos se tiene el análisis de vasos sanguíneos realizado por Caner & Carol (2006); pero hasta entonces no se había encontrado más trabajos donde se utilice esta técnica para simular el anillo fibroso del disco intervertebral, pero sí para otros tejidos blandos (Blangino et al. 2008)

Utilizada para describir el comportamiento de materiales inelásticos, esta teoría establece que el comportamiento del material puede ser caracterizado por las relaciones entre los vectores esfuerzo y deformación actuando en planos con diferentes orientaciones dentro del material, por lo que los tensores esfuerzo y deformación macroscópicos pueden ser obtenidos como la resultante de cada uno de los vectores de los planos, asumiendo restricciones cinemáticas o estáticas micro-macro (Bažant & Planas, 1998).

Esta teoría permite plantear la formulación vectorial del modelo en “unidades” llamadas microplanos, para modelos basados en la mecánica del continuo, lo que simplifica el tratamiento analítico y numérico del problema, ya que las relaciones macroscópicas son obtenidas a través de una integración apropiada. (Blangino et al. 2008)

Basándose en las leyes constitutivas para fibras no lineales, este modelaje permite tomar en cuenta de forma directa la distribución de las fibras dentro del material, considerando el anillo fibroso un tejido blando hiperelástico y anisotrópico. Asimismo, esta técnica facilita los estudios de remodelado utilizando la distribución de las fibras, a través de la predicción del cambio de la dirección de las fibras estadísticamente dominante con fibras axialmente reforzadas o debilitadas. Por otra parte, en el rango inelástico (el cual debe ser considerado junto con el remodelado del tejido en la predicción de falla de tejidos blandos) permite el uso de muchas superficies de fluencia de manera consistente, lo que mejora ampliamente la capacidad de predicción del modelo (Caner et al. 2007).

En general, la FED es una función escalar del tensor de deformaciones Cauchy-Green por la derecha  $\psi = \psi(C, \mathbf{a}_0)$  con  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ , donde:  $\mathbf{F}$  representa el gradiente del tensor de deformaciones y  $\mathbf{a}_0$  la dirección de las fibras en la configuración de referencia.

Asimismo, la FED macroscópica del material resulta de la integración de los 3 términos que componen la FED del microplano, relacionados con: la energía de deformación de la matriz, la contribución del alargamiento de las fibras y la energía de deformación causada por las interacciones tangenciales fibra-matriz. La anisotropía aportada por las diversas familias de fibras se representa a través de la introducción de una “función anisotropía”, al momento de integrar la FED de los microplanos (Caner *et al.* 2007).

En su trabajo, Caner *et al.* (2007) elaboran un modelo anisotrópico del anillo fibroso utilizando la teoría de microplanos, que no contiene una formulación explícita para las interacciones tangenciales; el cual es comparado con modelos basados en distintas técnicas de modelaje y con datos experimentales disponibles en la literatura. Encontraron que la intensidad de la interacción tangencial entre las fibras puede ser ajustada mediante modificaciones en la distribución de las fibras, manteniendo constante la cantidad total de fibras. Asimismo, el efecto anisotrópico de las fibras es homogeneizado debido a la premediación del volumen en la formulación del modelo, por lo que las singularidades causadas por la anisotropía pueden ser representadas convenientemente en el modelo (por ejemplo, con la función Delta de Dirac). Con este modelo, únicamente encontraron problemas para satisfacer condiciones de incompresibilidad en el rango de grandes deformaciones.

### **Modelo basado en la teoría de homogeneización**

La teoría de homogeneización describe el efecto de la microestructura en las propiedades macroscópicas del material, asumiendo que el material está compuesto, a nivel micro, por Elementos Representativos de Volumen (RVE, por sus siglas en inglés) repetidos en toda la geometría del material (nivel macro) (Yin & Elliott, 2005). Aunque esta técnica de simulación ha sido aplicada en el estudio de algunos tejidos biológicos, pocos autores (Remund *et al.* 2011) la han utilizado para analizar el comportamiento del anillo fibroso.

Al igual que la técnica de modelaje por microplanos, la teoría de la homogeneización se basa en la formulación del modelo del anillo fibroso a través de la mecánica del continuo. Se plantean las ecuaciones constitutivas (FED)

del modelo para un REV; es decir, se define un volumen  $\Omega$  con propiedades no-homogéneas en cada punto; y luego a través de un proceso de integración, es posible describir el comportamiento en todo el dominio o volumen ocupado por el material al multiplicar las propiedades no-homogéneas por las deformaciones unitarias en cada estado de deformación independiente (es decir, para cada familia de fibras).

Yin & Elliott (2005) desarrollan un modelo que parte de una lámina del anillo fibroso compuesta de una familia de fibras dentro de una sustancia base y lo extienden a múltiples láminas que describen el comportamiento del plano transversal del anillo fibroso; pero asumen un estado plano de esfuerzos, deformaciones infinitesimales y comportamiento lineal de los materiales; por lo que no reproduce fielmente el comportamiento real exhibido por el anillo fibroso, sobre todo al tratar de reproducir el comportamiento en la dirección tangencial.

En el artículo, Ehlers *et al.* (2008) utilizan la teoría de homogeneización para estudiar el disco intervertebral, aplicando la teoría de medios porosos (TPM por sus siglas en inglés), la cual permite dar un tratamiento consistente a un medio continuo con interacciones internas, como es el caso del disco intervertebral. A su vez, dicha teoría se sustenta en la teoría del continuo macroscópico (teoría de las mezclas extendida por el concepto de las fracciones de volumen).

Estudios relacionados con la ingeniería de tejidos han tomado como punto de partida este tipo de modelos, con el fin de validar el comportamiento de sustitutos desarrollados para el anillo fibroso (Nerurkar *et al.* 2008).

Remund *et al.* (2011), formula un modelo de elementos finitos para el anillo fibroso, utilizando técnicas de homogeneización, en su trabajo cambia la formulación propuesta por Yin & Elliott (2005) con respecto al ángulo de las fibras y a la fracción volumétrica de las fibras para generar un modelo más cercano al rango fisiológico del anillo fibroso. Con este modelo se puede entender más la relación función-estructura para aplicarlas en trabajos que incluyan la degeneración del disco.

### **Conclusiones**

El proceso de planteamiento de funciones de energía de deformación (FED) para describir el comportamiento del disco intervertebral, específicamente para el anillo fibroso, generalmente se hace de forma inductiva; es decir, primero se propone una forma de función energía de

deformación y luego se valida contra datos experimentales. Tal procedimiento puede conllevar a incongruencias en los términos de la función planteada.

El modelaje ortotrópico tiene como ventaja el hecho de poder asociar características físicas particulares con los parámetros de la función energía de deformación; pero presenta como desventajas el haber demostrado tener problemas de convexidad (Wagner & Lotz 2004) y dificultades para satisfacer condiciones de borde para casos de libre de tensión (Guo *et al.* 2006).

Es necesario incluir, sin importar el tipo de modelaje que se esté empleando, la contribución de las interacciones de todos los componentes del anillo fibroso (fibra-fibra, fibra-matriz, interacciones interlaminares), con el fin de reproducir de una manera más eficiente el comportamiento no lineal del anillo fibroso, el uso de estas consideraciones proporciona datos importantes acerca de cómo es la contribución individual y conjunta de cada una de ellas. Sin embargo, se puede observar, que ninguno de estos modelos considera los efectos viscoelásticos.

Numerosos ensayos experimentales han demostrado que las propiedades mecánicas reales del anillo fibroso son no-lineales y anisotrópicas, además de ser dependientes de la región anatómica y del grado de degeneración que presente el disco intervertebral. Lo ideal en el desarrollo de un modelo constitutivo que más cercanamente represente el comportamiento del anillo fibroso, consiste en incluir las características anisotrópicas a los modelos ortotrópicos descritos.

Entre las ventajas del uso de hiperelásticos anisotrópicos frente a los modelos homogenizados, se tiene el hecho de no requerir el conocimiento de parámetros como la fracción de volumen de la sustancia base (o matriz) o de las fibras, o de las propiedades individuales de cada uno. Un punto en contra de los modelos anisotrópicos hiperelásticos es el uso de muchos términos invariantes que pueden ser utilizados en una gran cantidad de posibles funciones de energía de deformación. Además, la imposibilidad de determinar de manera única y exacta las propiedades mecánicas del tejido y sus expresiones matemáticas, dificultan la generación de un modelo único (Yin & Elliott, 2005).

## REFERENCIAS

- ADAMS, M. A. & DOLAN, P. (2005). Spine biomechanics. *Journal of biomechanics*, 38, 1972-1983.
- BASS, E.C., ASHFORD, M.R., LOTZ, J.C. (2004). Biaxial testing of human annulus fibrosus and its implications for a constitutive formulation. *Ann. of Biomedical Engineering*, 32(9), 1231-1242.
- BAŽANT, Z.P. & PLANAS, J. (1998). *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. Publicado por CRC Press, Estados Unidos.
- BLANGINO, E., VALENTE, S., BARBA, M. (2008). Nonlinear behavior of articular ligaments: formulation with the microplane theory. *Proceedings of the Sixth IASTED International Conference on Biomedical Engineering. Biomed '08*, 252-257.
- CANER, F. C. & CAROL, I. (2006). Microplane constitutive model and computational framework for blood vessel tissue. *Journal of biomechanical engineering*, 128 (3), 419-427.
- CANER, F. C., GUO, Z., MORAN, B., BAŽANT, Z., CAROL, I. (2007). Hyperelastic anisotropic microplane constitutive model for annulus fibrosus. *Transactions of the Asme*, 129, 632-640.
- COLOMBINI, A., LOMBARDI, G., CORSI, M., BANFI, G. (2008). Pathophysiology of the human intervertebral disc. *The International Journal of Biochemistry & Cell Biology*, 40, 837-842.
- COMIN, M., PRAT, J., SOLER-GRACIA, C. (1995). *Biomecánica del raquis y sistemas de reparación*. Instituto Politécnico de Valencia, España.
- EBERLEIN, R., HOLZAPFEL, G., BAUER-SCHULZE, C. (2001). An anisotropic model for annulus tissue an enhanced finite element of intact lumbar disc bodies. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*, 4,209-229.
- EBERLEIN, R., HOLZAPFEL, G., FRÖHLICH, M. (2004). Multi-segment FEA of the human lumbar spine including the heterogeneity of the annulus fibrosus. *Computational mechanics*, 34, 147-163.
- EHLERS, W., KARAJAN, N., MARKERT, B. (2008). An extended biphasic model for charged hydrated tissues with application to the intervertebral disc. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 8(3), 233-251.
- ELLIOT, D. & SETTON, L. (2000). A linear material model for fiber-induced anisotropy of the annulus fibrosus. *Journal of biomechanical engineering*, 122, 173-179.

- ELLIOT, D. & SETTON, L. (2001). Anisotropic and inhomogeneous tensile behavior of the human annulus fibrosus: Experimental measurement and material model predictions. *Transactions of the Asme* 123, 256-263.
- FAGAN, M., JULIAN, S., SIDDALL, D., MOHSEN, A. (2002). Patient-specific spine models. Part 1: finite element analysis of the lumbar intervertebral disc—a material sensitivity study. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 216, 299–314.
- FEDERICO, S. & HERZOG, W. (2008). Towards an analytical model of soft biological tissues. *Journal of biomechanics*, 41, 3309-3313.
- FUNG, C., FRONEK, K., PATITUCCI, P. (1979). Pseudoelasticity of arteries and the choice of its mathematical expression. *American journal of physiology, heart and circulatory physiology*, 237(5), H620–H631.
- GUERIN, H.A.L. & ELLIOTT, D.M. (2006). Degeneration affects the fiber orientation of human annulus fibrosus under tensile load. *Journal of Biomechanics* 39, 1410–1418.
- GUERIN, H.A.L. & ELLIOTT, D.M. (2007) Quantifying the contributions of structure to annulus fibrosus mechanical function using a nonlinear, anisotropic, hyperelastic model. *Journal of Orthopaedic Research*, 25(4),508–516
- GUO, Z.Y., PENG X.Q., MORAN, B. (2006). A composites-based hyperelastic constitutive model for soft tissue with application to the human annulus fibrosus. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54, 1952-1971.
- HOLZAPFEL, G. A., GASSER, T. C., OGDEN, R. W. (2000). A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. *Journal of Elasticity*, 61, 1–48
- HOLZAPFEL, G. A. (2003). Structural and numerical models for the viscoelastic response of arterial walls and residual stresses. En G. A. Holzapfel and R. W. Ogden, *Biomechanics of soft tissue in cardiovascular systems*, eds. Springer, New York, pp. 109–184.
- IATRIDIS, J., SETTON, L., FOSTER, R., RAWLIS, M., MOW, V. (1998). Degeneration affects the anisotropic and nonlinear behaviors of human anulus fibrosus in compression. *Journal of biomechanics*, 31,535-544.
- JONES, A.C. & WILCOX, R.K. (2008). Finite element analysis of the spine: towards a framework of verification, validation and sensitivity analysis. *Medical Engineering & Physics*, 30, 1287–1304.
- KADIR, M., KAMSAH, N., IDROSE, A.H. (2010). Biomechanics of a Lumbar Section after Disc Arthroplasty. *European Journal of Scientific Research*, 39(1), 22-28.
- KLISCH, S. & LOTZ, J.C. (1999). Application of a fiber-reinforced continuum theory to multiple deformations of the annulus fibrosus, *Journal of biomechanics*, 32, 1027–1036.
- KUO, C.S., HU, T.H., LIN, R.M., HUANG, K.Y., LIN, P.C., ZHONG, Z.C., HSEIH, M.L. (2010). Biomechanical analysis of the lumbar spine on facet joint force and intradiscal pressure - a finite element study. *BMC Musculoskeletal disorders*, 11(151).
- KURUTZ, M. (2010). Finite element modelling of human lumbar spine. En David Moratal, *Finite element analysis* (pp, 209-236), InTech, Disponible en: <http://www.intechopen.com/books/finite-element-analysis/finite-element-modelling-of-human-lumbar-spine->
- LODYGOWSKI, T., WITOLD, K., WIERSZYCKI, M. (2005). Three-dimensional nonlinear finite element model of the human lumbar spine segment. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 7(2), 17-28.
- MOORE, K.L. & DALLEY, A.F. (2007). *Anatomía con orientación clínica*. Editorial Médica Panamericana, Buenos Aires.
- MORAMARCO, V., PÉREZ, A., PAPPALETEREA, P., DOBLARÉ, M. (2010). An accurate validation of a computational model of human lumbosacral segment. *Journal of biomechanics*, 43,334–342.
- MORAMARCO, V., MACCHIA, C., PAPPALETEREA, P., PÉREZ, A. (2011). Influence of end-plates on biomechanical response of the human lumbosacral segment. En Subburaj, K., *CT Scanning-Techniques and application* (pp, 187-204), InTech, Disponible en: <http://www.intechopen.com/books/ct-scanning-techniques-and-applications/influence-of-end-plates-on-biomechanical-response-of-the-human-lumbosacral-segment>
- NATARAJAN, N., WILLIAMS, J., LAVENDER, S., ANDERSSON, G. (2007). Poro-elastic finite element model to predict the failure progression in a lumbar disc due to cyclic loading.



- Computers and structures, 85, 1142-1151.
- NERURKAR, N.L., MAUCK, R.L., ELLIOT, D. (2008). Integrating theoretical and experimental methods for functional tissue engineering of the annulus fibrosus. *Spine*, 33(25), 2691–2701.
- NOAILLY, J., PLANELL, J.A., LACROIX, D. (2011). On the collagen crisscross angles in the annuli fibrosi of lumbar spine finite element models. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 10, 203-219.
- PENG, X.Q., GUO, Z.Y., MORAN, B. (2006). An anisotropic hyperelastic constitutive model with fiber-matrix shear interaction for the human annulus fibrosus. *Journal of applied mechanics*, 73, 815-824.
- PEREZ, A., CALVO, B., DOBLARÉ, M. (2008) .An accurate finite elements model of the cervical spine under quasi-static loading. *Journal of Biomechanics*, 41, 523–531.
- REMUND, T., LAYH, T., ROSENBOOM, T., KOEPESELL, L., DENG, Y., HU, Z. (2011). A novel finite element model for annulus fibrosus tissue engineering using homogenization techniques. *American transactions on engineering & applied sciences*, 1, 1-23.
- SKAGGS, D. L., WEIDENBAUM, M., IATRIDIS, J. C., RATCLIFFE, A., AND MOW, V. C. (1994). Regional variation in tensile properties and biomechanical composition of the human lumbar anulus fibrosus. *Spine*, 19, 1310-1319.
- SPENCER, A. J. M. (1984). Constitutive theory for strongly anisotropic solids. En Spencer, A. J. M., *Continuum Theory of the Mechanics of Fibre- Reinforced Composites*. Editorial Springer-Verlag, 1–32. CISM Courses and Lectures No. 282, International Centre for Mechanical Sciences.
- SUN, D. N. & LEONG, K. W. (2004). A nonlinear hyperelastic mixture theory for anisotropy, transport, and swelling of Annulus Fibrosus. *Ann. biomedical Engineering*, 32, 92–102.
- TYNDYK, M.A., BARRON, V., MCHUGH, P.E., O’MAHONEY, D. (2007). Generation of a finite element model of the thoracolumbar spine. *Acta of bioengineering and biomechanics*, 9(1), 35-46.
- WAGNER, D.R. & LOTZ, J.C. (2004). Theoretical model and experimental results for the nonlinear elastic behavior of human annulus fibrosus. *Journal of Orthopaedic Research*, 22,901–909.
- WANG, J.L., PARNIANPOUR, M., SHIRAZI-ADL, A., ENGIN, A.E., LI, S., PATWARDHAN, A. (1997). Development and validation of a viscoelastic finite element model of an L2/L3 motion segment. *Theoretical and applied fracture mechanics*, 28, 81-93.
- WANG, J.L., PARNIANPOUR, M., SHIRAZI-ADL, A., ENGIN, A.E., LI, S. (2000).Viscoelastic finite element analysis of a lumbar motion segment in combined compression and sagittal flexion. *Spine*, 25(3), 310-318.
- YIN, L. & ELLIOTT, D.M. (2005). A homogenization model of the annulus fibrosus. *Journal of biomechanics*, 38, 1674–1684.