### EVALUACIÓN DEL EFECTO DE LAS TENSIONES TÉRMICAS RESIDUALES EN EL PANDEO Y POST-PANDEO DE PLACAS COMPUESTAS CON REFUERZOS LATERALES

Martha L. Sánchez<sup>1\*</sup>, Sergio F. M. de Almeida<sup>2</sup>, Julián Carrillo<sup>1</sup>

1: Universidad Militar Nueva Granada. Carrera 11 No. 10180. Bogotá, Colombia. 2: Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Praça Marechal Eduardo Gomes, No. 50. Vila das Acácias, 12228-900. São José dos Campos, Brasil.

\*e-mail: martha.sanchez@unimilitar.edu.co



#### RESUMEN

En este artículo se evalúa experimentalmente el efecto de las tensiones térmicas residuales en el pandeo y post-pandeo de placas compuestas reforzadas. El estudio se centra en el análisis de placas cuadradas de carbono-epoxi, en las cuales fueron colocados refuerzos laterales. Para evaluar el efecto de las tensiones que surgen durante el proceso de curado del laminado se utilizaron dos metodologías diferentes en el proceso de pegado de los mismos: en el primer procedimiento los refuerzos fueron pegados a temperatura ambiente (22°C), mientras que en el segundo procedimiento se curaron en autoclave a 177°C, provocando un gradiente térmico de 155°C. Para los ensayos de pandeo y post-pandeo se aplicó una fuerza de compresión y se midieron los desplazamientos transversales originados en la placa con ayuda de una técnica óptica llamada topogrametría. Los resultados experimentales fueron comparados con resultados numéricos obtenidos con el software comercial ABAQUS®. Los valores obtenidos demuestran el efecto de la inducción de tensiones residuales durante el proceso de manufactura de laminados compuestos, en el comportamiento mecánico de los mismos, específicamente en el pandeo y post-pandeo, el cual queda evidenciado en un aumento de la rigidez de las placas, al ser curadas a una temperatura de 177°C.

Palabras Claves: Placas compuestas, pandeo, tensiones térmicas residuales, propiedades mecánicas, laminados simétricos.

#### EVALUATION OF THE EFFECT OF THERMAL RESIDUAL STRESS ON BUCKLING AND POST-BUCKLING OF COMPOSITE PLATES WITH LATERAL REINFORCEMENT

#### **ABSTRACT**

The objective of this work is to evaluate experimentally the effects of the thermal residual stresses on the buckling and post-buckling behavior of plates manufactured with reinforced symmetrical laminates. This study presents the analysis of square carbon/epoxy plates reinforced using lateral reinforcements. The reinforcements were bonded using two different procedures. In the first procedure, the reinforcements were bonded at room temperature, whereas in the second procedure they were co-cured with the plate at 177°C. The buckling and post-buckling tests were performed applying a compression and the transverse displacements caused by the load were also measured using the topogrametry technique. All the experimental results were compared with numerical results using commercial software ABAQUS®. The obtained values demonstrated the influence of the thermal residual stresses on the mechanical behavior of the plate, especially in the buckling and post-buckling behavior, which is evidenced by an increase on stiffness of the composite plates, to be cured at a temperature of 177°C.

Keywords: Composites plates, buckling, thermal residual stresses, mechanical properties, symmetrical laminates.

La utilización de materiales compuestos laminados es cada vez más difundida en la ingeniería moderna, principalmente en aquellos provectos estructurales que requieren requisitos de alta resistencia, durabilidad y bajo peso. En tales provectos existe una estrecha relación entre la geometría de la estructura, la selección de los materiales constituyentes y el proceso de fabricación del compuesto. Para el diseño adecuado de estructuras compuestas deben considerarse tanto los requisitos de desempeño como el posible aparecimiento en la estructura de tensiones inducidas térmicamente, que pueden llegar a afectar positiva o negativamente su comportamiento mecánico de forma substancial. Debido a la no homogeneidad del material, las tensiones inducidas térmicamente siempre están presentes en los procesos de fabricación de compuestos poliméricos fibrosos [1]. Estas tensiones surgen como resultado de la anisotropía del material, la cual puede ser analizada a nivel micro mecánico al considerar la diferencia que existe entre el coeficiente de expansión térmica y el módulo de elasticidad de las fibras y de la matriz que componen al material y a nivel macro mecánico al considerar la expansión v/o contracción de las diferentes laminas que componen el material, la cual se encuentra condicionada a la orientación de la lámina con respecto a un sistema de referencia [2-4].

A lo largo de los años, varias investigaciones han reportado que el surgimiento de tensiones residuales asociadas al proceso de cura de materiales compuestos puede afectar de manera negativa el desempeño del material fundamentalmente su estabilidad dimensional, pudiendo generar adicionalmente delaminación y provocando como consecuencia la falla prematura del mismo [5], lo cual ha servido de motivación a trabajos recientes, que se han centrado en la disminución de los efectos adversos que pueden ser provocados por este tipo de esfuerzos [5-7].

Investigaciones realizadas recientemente proponen modificaciones en el proceso de curado del material. En este sentido, Kim et.al. en [6] propone un método de cura basado en etapas consecutivas de calentamiento y refrigeración logrando reducir hasta en un 30% las tensiones térmicas en compuestos cilíndricos de pared gruesa [5], mientras que Kim el.al. presenta un sistema de monitoreo usando métodos como la dielectrometría y el uso de sensores basados en redes de Brag para monitorear y controlar los ciclos de cura y de esta forma reducir las tensiones térmicas en materiales compuestos reforzados con fibras de carbono [6].

En la actualidad se ha comprobado que la utilización de nano aditivos que poseen coeficiente de expansión térmica negativo puede reducir de manera eficaz la presencia de tensiones térmicas residuales en compuestos poliméricos reforzados por fibras. Shokrieh et. al. estudiaron los efectos de las tensiones térmicas de cura en las propiedades mecánicas de compuestos poliméricos a los cuales se les adicionan nanotubos de carbono, encontrando una reducción significativa de las tensiones de cura a micro y macro escala [7].

Más allá de los efectos negativos que la presencia de las tensiones térmicas residuales pueden generar en compuestos laminados, Almeida y Hansen introdujeron la idea de aprovechar las tensiones de curado que surgen durante la manufactura de compuestos laminados para mejorar el desempeño mecánico de laminados reforzados, y demostraron numéricamente las tensiones que térmicas residuales pueden ser utilizadas para aumentar la frecuencia natural de vibración libre y la carga critica de pandeo de laminados reforzados [8,9]. Para evaluar experimentalmente el efecto de las tensiones térmicas residuales en el pandeo y post pandeo de laminados de resina epoxi reforzados con fibras de carbono, Sanchez et. al. estudiaron el efecto de las tensiones térmicas residuales en el pandeo de placas reforzadas en todo su perímetro, aportando valores experimentales y numéricos de carga crítica y formas modales características para esta tipología de refuerzo [10]. Los resultados presentados en esta investigación complementan un trabajo preliminar presentado por Sanchez y Almeida [11] en el cual se presenta un estudio que constituye un primer acercamiento a la experimental caracterización de compuestos reforzados con diferentes tipos de refuerzos, reportando un análisis estático de flexibilidad, valores experimentales de frecuencias de vibración libre y resultados preliminares de carga critica de pandeo para placas con refuerzos de diferentes tipologías. Estos estudios teóricos y experimentales sirvieron de motivación para el presente trabajo, en el cual se evalúa de forma experimental y numérica el efecto de las tensiones térmicas residuales en el

pandeo y post-pandeo de laminados con refuerzos laterales.

Para el desarrollo de este trabajo fueron analizadas siete placas con refuerzos laterales. Las placas fueron elaboradas con el método de preimpregnación descrito por Besednjak [12], utilizando un tejido base formado por cuatro láminas con orientación  $[(0,90)]_s$ , sobre el cual se colocaron refuerzos formados por cuatro laminas orientadas a 90°. Para inducir las tensiones térmicas residuales se crearon dos grupos de estudio variando la técnica empleada en el proceso de pegado y curado de los refuerzos laterales. Para cada uno de los grupos de estudio fue determinado el valor de la carga crítica de pandeo, la configuración de los tres primeros modos de pandeo lineal y el comportamiento en la fase de post-pandeo. Para el desarrollo del procedimiento experimental se utilizó una técnica óptica llamada topogrametría [13] la cual permite la determinación de las deformaciones fuera del plano y su utilización para el análisis del comportamiento a pandeo y post-pandeo de las placas estudiadas.

#### 2. PARTE EXPERIMENTAL Y NUMÉRICA

#### 2.1. Características de las placas

Para la elaboración de las placas se procuró utilizar un laminado simétrico de carbono/epoxi de baja rigidez y alto coeficiente de expansión térmica, el cual se elaboró utilizando un tejido base preimpregnado con orientación [0/90]<sub>s</sub>, sobre el cual se colocaron refuerzos laterales de 35 mm de ancho, compuestos por cuatro láminas orientadas a 90°. La uniformidad de la orientación de las láminas que componen el refuerzo propicia una alta rigidez y una expansión térmica casi nula. Esta técnica es recomendable para estructuras que requieren alto contenido de fibras y una buena uniformidad en la distribución de la resina [12]. Para el estudio se considera que durante la etapa de procesamiento no se generan esfuerzos internos en el material y que las tensiones térmicas residuales son el resultado del proceso de enfriamiento a la temperatura de servicio, generándose durante esta etapa una compresión residual en los refuerzos y una tensión residual en el tejido base.

Dos casos de estudio fueron considerados, variando las condiciones de curado de los refuerzos: En el primer caso de estudio fueron elaboradas tres placas en las cuales el laminado base y los refuerzos fueron fabricados de forma independiente y pegados a la temperatura de servicio, generando laminados reforzados sin tensiones térmicas, para los cuales se utilizó la nomenclatura "LB". Para el segundo caso, se elaboraron cuatro placas en las que tanto el laminado base como los refuerzos fueron procesados de manera simultánea a una temperatura de 177°C y posteriormente enfriados a la temperatura de servicio, induciendo de esta forma el aparecimiento de tensiones térmicas residuales en el material. Para este caso se utilizó la nomenclatura "LC". En la nomenclatura utilizada, la primera letra (L) representa el tipo de refuerzo empleado (Lateral), la segunda letra representa el proceso de cura (B para temperatura de 22°C y C para temperatura de 177°C). La nomenclatura se complementa con la utilización de un número de referencia que se relaciona con el número asignado a la placa para su estudio experimental. La orientación de las láminas tanto en los extremos reforzados cuanto en el tejido base central se presenta en la Tabla 1, en la cual CF hace referencia al laminado utilizado como tejido base v CT hace referencia al laminado utilizado como refuerzo lateral. Para mostrar la conformación de las placa se optó por distinguir dos regiones en las mismas: una primera región conformada por cuatro láminas que forman el tejido base central denotado como L1 y una segunda región conformada por doce láminas en los extremos de las placas, esta región fue denotada como L2 y constituye la región reforzada del material. La geometría de las placas confeccionadas es mostrada en la Figura 1.

El tejido utilizado proviene del fabricante "*Hexcel Composites*" bajo la designación T/G190-12"-F584-21:34%. La designación de las fibras indica tipo T7G190 impregnada en el sistema de resina F584-21, con contenido nominal en masa de la resina de 34%. La fibra T7G190 es una fibra producida por la carbonización de fibras precursoras en policrilonitrila con un patrón T650/35 con 12000 filamentos por hilo y 190 gr/m<sup>2</sup>. El sistema de resina responde al F584 con variación 21 con temperatura de transición vítrea entre 121°C y 171°C. Las propiedades de los materiales constituyentes del compuesto son presentadas en la Tabla 2.

#### 2.2. Procedimiento experimental

Para la realización del trabajo experimental se utilizó una máquina universal con capacidad de

carga de 30 kN. Para simular las condiciones de apoyo de las placas, la placa fue montada en un marco de acero diseñado específicamente para el estudio (ver Figura 2). Una pieza de aluminio fue proyectada para efectuar el acoplamiento de la celda de carga con el marco en el cual se apoya la misma.





**Figura 1.** Geometría de las placas utilizadas (L1 corresponde al laminado utilizado como tejido base central, L2 corresponde al laminado reforzado en los extremos de la placa).

Tabla 2. Propiedades mecánicas de los materiales constituyentes.

**Tabla 1.** Orientación de las láminas (CF corresponde al tejido base, CT corresponde al refuerzo y S representa la simetría en la superposición de las láminas (L1 corresponde al laminado utilizado como tejido base central, L2 corresponde al laminado reforzado en los extremos de la placa).

Laminado	Ángulo de orientación
L1	$[(0,90)^{\rm CF}]_{\rm S}$
L2	[90 <sup>4CT</sup> /(0,90 <sup>)CF</sup> ] <sub>S</sub>

Para determinar los desplazamientos transversales se utilizó un equipo de topogrametría. Esta técnica permite la determinación de las coordenadas espaciales en la superficie de las placas con la avuda del procesamiento digital de imágenes. Para esto se utiliza un proyector que refleja un patrón de franjas que es captado de manera simultánea por dos cámaras digitales acopladas a un computador que utiliza el software TPLA40012® [13]. Este software divide las imágenes en mapas de fases horizontales y verticales, los cuales son procesados con un algoritmo basado en regresión por mínimos cuadrados. De esta forma se extraen las coordenadas espaciales en cualquier punto de la imagen resultante. El proceso de medición con el equipo de topogrametría es resumido en la Figura 3.

Propiedad	Refuerzo	Tejido Base
Módulo de elasticidad longitudinal $E_{I_1}$ MPa	130100	66600
Módulo de elasticidad transversal $E_2$ , MPa	9400	66600
Coeficiente de Poisson $v_{12}$	0,30	0,05
Módulo de cortante en el plano $G_{12}$ , MPa	5800	4600
Módulo de cortante transversal $G_{I3}$ , MPa	5800	4600
Módulo de cortante transversal $G_{23}$ , MPa	3360	3360
Coeficiente de expansión térmica longitudinal $\alpha_l$ , ${}^{0}C^{-1}$	$-0.9 \times 10^{-6}$	$1,79 \times 10^{-6}$
Coeficiente de expansión térmica transversal $\alpha_2$ , ${}^{0}C^{-1}$	$27 \times 10^{-6}$	$1,79 \times 10^{-6}$
Espesor de lámina t, mm.	0,17	0,35
Densidad $\rho$ , $g/cm^3$	1,56	1,56

La técnica experimental seleccionada para el desarrollo de los ensayos fue la de aplicación de desplazamientos, aplicados en forma consecutiva a intervalos de 0,2 mm a una velocidad de 1 mm/min. Esto permitió la captura de imágenes a

cada intervalo. Las imágenes fueron procesadas para poder determinar los desplazamientos fuera del plano, provocados por la compresión de la placa.



**Figura 2.** Dispositivo de ensayo de pandeo y postpandeo. U representa los desplazamientos, UR representa las rotaciones.



**Figura 3.** Procedimiento óptico para determinación de desplazamientos transversales.

#### 2.3. Modelo Numérico

Con el objetivo de verificar numéricamente el efecto de las tensiones térmicas residuales se desarrollaron modelos numéricos para placas sin tensiones térmicas residuales ("*LB*") y placas con tensiones térmicas residuales ("*LC*") La aproximación numérica fue realizada con ayuda del programa comercial ABAQUS<sup>®</sup>[14].

Las imperfecciones geométricas juegan un rol muy importante en el estudio del pandeo y post-pandeo de elementos estructurales, es por este motivo que ellas deben ser consideradas en el modelo numérico. El programa comercial empleado en este estudio ofrece tres posibilidades para incluir estas imperfecciones: partiendo de la superposición de los modos propios de pandeo lineal, a partir de la consideración de los desplazamientos que se obtienen del análisis estático o especificando de manera directa las imperfecciones en la geometría del elemento utilizado. En el caso específico de este trabajo la metodología adoptada corresponde a la tercera opción descrita.

Para considerar la imperfección geométrica de las

placas se realizó el diseño de la placa con auxilio del programa comercial CATIA<sup>®</sup> [15]. Para obtener las coordenadas de los vértices de la placa fueron utilizadas las imágenes suministradas por el equipo de topogrametria. El diseño creado se importó a ABAQUS<sup>®</sup> para modelar su comportamiento.

Para introducir las tensiones térmicas residuales en el modelo numérico que simula el comportamiento de placas con tensiones residuales térmicas ("*LC*"), el análisis fue dividido en dos pasos en los cuales fue asumido que las propiedades de los materiales constituyentes no varían con la diferencia de temperatura.

Paso 1: Solución del problema térmico y determinación de las tensiones térmicas: En esta etapa se somete la placa sin restricciones de apoyo a un campo de temperatura uniforme.

Paso 2: Cálculo de los desplazamientos originados por el esfuerzo mecánico, considerando las tensiones térmicas calculadas en el primer paso.

Para la etapa de pandeo se utilizó la opción de análisis de perturbación lineal disponible en ABAOUS/Standard [14]. Este tipo de análisis permite obtener la respuesta del modelo en problemas lineales, en los que solo son consideradas las propiedades elásticas del material. Para determinar la carga crítica de pandeo se utilizó la opción de "Predicción de Autovalores de Pandeo", disponible en el software empleado. En cuanto a los grados de libertad, se activaron seis grados correspondientes a los desplazamientos y las rotaciones en los tres ejes del laminado. Para la etapa de post-pandeo fueron elaborados dos modelos numéricos, utilizando dos opciones disponibles en el software comercial ABAQUS<sup>®</sup>: Análisis Dinámico Explicito y el Método de Riks, generalmente usado para estudiar el post-pandeo de estructuras geométricamente no lineales. Con la implementación de ambos métodos es posible la inclusión de condiciones iniciales de temperatura en el modelo y la elaboración y análisis de gráficos de variación de los desplazamientos transversales en el centro de la placa, cuando es aplicada una carga mayor a la carga crítica de pandeo lineal. [14].

Para la malla de elementos finitos, se seleccionaron elementos de tipo cáscara fina, definiendo como grados de libertad los desplazamientos y las rotaciones. El número de nodos por elementos se

definió como 8 para el análisis de pandeo en régimen lineal y como 4 para el análisis en la etapa de post-pandeo. En todos los casos se optó por definir método de integración reducida. La imagen de la malla utilizada en el análisis es presentada en la Figura 4.

La selección de la malla utilizada en el modelo se basó en la convergencia del valor de la carga crítica de pandeo para placas sin tensión residual térmica. Se seleccionaron diferentes mallas estructuradas. variando únicamente el número de elementos en una proporción de 4 veces. El resultado obtenido presentó un error de 0.02%. A partir del ensavo de convergencia puede constatarse que el refinamiento de la malla entre 4000 a 20000 no provoca cambios en los valores de carga crítica obtenidos, sin embargo una vez verificado que el tiempo de procesamiento no se incrementaba sustancialmente con el refinamiento de la malla, se eligió para el desarrollo de este trabajo realizar el análisis utilizando una malla de 20000 elementos. El ensavo de convergencia es presentado en la Figura 5.



**Figura 4.** Detalle de la malla utilizada en el modelo de Elementos Finitos.

Para obtener la variación de la carga con los desplazamientos transversales en el centro de la placa, se aplicó un desplazamiento uniforme de 2 mm a lo largo de todo el borde superior del modelo, considerando en el análisis la influencia de la no linealidad geométrica introducida tanto por el aparecimiento de tensiones de cura como por la no linealidad geométrica inicial de las placas estudiadas.



Figura 5. Resultados de prueba de convergencia.

Las condiciones de contorno simuladas en el modelo numérico son presentadas en la Figura 6, en la cual U representa las restricciones en los desplazamientos y UR las restricciones en las rotaciones, mientras que los subíndices x,y,z están relacionados al sistema de referencia adoptado.



Figura 6. Condiciones de frontera supuestas en el modelo numérico.

#### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la determinación de la carga crítica de pandeo en el modelo numérico, se aplicó una línea de fuerza unitaria en todo el borde superior de la placa. Para placas sin refuerzo, con el modelo numérico se obtuvo un autovalor  $\lambda$  de 0,9130, el cual equivale a una carga crítica igual a 320 N. Este valor es compatible con los valores de carga crítica obtenidos experimentalmente, lo cuales oscilaron

entre 280 y 370 N. Estos resultados permiten validar resultados preliminares obtenidos por Sanchez y Almeida [11] de forma experimental y son compatibles con resultados presentados Sánchez et. al. [10] en el cual se obtuvo la carga crítica de pandeo para placas reforzadas en todo su perímetro, lo cual permite mostrar adicionalmente la influencia del tipo de refuerzo empleado en el comportamiento mecánico del elemento estructural. La Figura 7 presenta las curvas obtenidas para el pandeo experimental de placas que no poseen tensiones de curado. El porcentaje de error entre el valor máximo obtenido experimentalmente y la carga crítica determinada con el modelo numérico es aproximadamente de 15%



**Figura 7.** Carga crítica de pandeo determinada experimentalmente para placas sin tensiones residuales.

Para evaluar el efecto de la inducción de tensiones térmicas en el material, siguiendo el procedimiento anteriormente descrito se ensayaron las placas de tipo LC, y se encontraron valores que variaron entre 870 N y 1000 N para la carga crítica de pandeo o también llamada carga crítica de Euler. Estos valores pueden ser comparados con el valor de carga crítica obtenido con el modelo numérico para una placa geométricamente imperfecta, el cual reporta un autovalor  $\lambda$  de 2,8119, que equivale a una carga crítica de 995 N. La correlación entre resultados numéricos y experimentales es satisfactoria, ya que se presenta un error de aproximación de 10%. Las curvas obtenidas a partir de los resultados experimentales son presentadas en la Figura 8.



**Figura 8.** Carga crítica de pandeo determinada experimentalmente para placas con tensiones residuales.

Las formas características de los tres primeros modos de pandeo fueron determinadas a partir del modelo numérico para los dos grupos de placas estudiadas (LB y LC). Para verificar la variación de la carga con el aumento de la temperatura de curado, se elaboraron modelos numéricos para valores intermedios de temperatura. Estos valores modifican el valor del gradiente térmico y provocan un aumento de la carga crítica de Euler. Los valores de carga crítica obtenidos para cada campo de temperatura se presentan en la Tabla 3. Los resultados muestran que al inducir la presencia de tensiones térmicas residuales generadas por el proceso de curado las formas características de los tres primeros modos de pandeo se modifican, sin embargo, en el caso específico de placas con tensiones residuales los resultados del modelo numérico probaron que el valor del gradiente de temperatura generado en el curado de las placas afecta la magnitud de la carga critica pero no la forma modal de pandeo. La Figura 9 muestra los tres primeros modos de pandeo lineal para placas con refuerzos pegados a 22°C y placas curadas a 177°C. A partir de los resultados mostrados es posible percibir la asimetría de los modos de pandeo al inducir las tensiones térmicas residuales, este factor pudiera estar asociado a la inclusión del problema térmico en el modelo numérico, en el cual se somete la placa sin restricciones de apoyo y sin esfuerzo mecánico a un campo de temperatura variable, así como a la propia no linealidad geométrica de la placa. Resultados similares fueron obtenidos por Sanchez et. al. [10] al analizar placas

con refuerzo perimetral, apreciando una modificación de la forma modal y una asimetría que se intensifica con el aumento del gradiente térmico, no obstante es importante señalar que las causas precisas de este comportamiento requieren de un profundo análisis que se escapa del alcance de este trabajo.

 Tabla 3. Influencia de la temperatura en el valor de la carga crítica de pandeo.

Modo	22°C	100°C	150°C	177°C
1	320 N	710 N	900 N	995 N
2	400 N	930 N	1210 N	1340 N
3	641 N	1100 N	1430 N	1610 N



Figura 9. Formas modales características para los tres primeros modos de pandeo.

La dependencia de la variación de carga con la diferencia de temperatura de curado se presenta en la Figura 10. En el gráfico se observa que la carga aumenta de forma significativa con el incremento del gradiente térmico. Cuando el gradiente térmico es de 155°C, la carga crítica es aproximadamente tres veces el valor de carga obtenido para placas procesadas a temperatura ambiente. Este resultado es similar para todas las condiciones de temperatura y modos de pandeo analizados.

Es importante señalar que el pandeo de laminados compuestos y la determinación de la carga crítica en régimen lineal dependen directamente de la matriz de rigidez del material. Al revisar la formulación teórica usualmente aplicada al estudio de laminados compuestos [9,17], puede notarse que la rigidez del material depende tanto de las fuerzas externas actuantes cuanto de la influencia de las temperaturas inducidas durante el procesamiento, las cuales afectan directamente la matriz de rigidez geométrica del material. El problema de pandeo lineal estudiado en este trabajo se enfoca en la extracción de autovalores en los cuales se consideran los efectos térmicos en las condiciones iniciales o de pre pandeo, afectando su resultado al realizar la simulación. Al ocurrir una variación en el valor de temperatura incluido en la etapa de pre pandeo, la matriz de rigidez del elemento se modifica y por tanto los autovalores obtenidos varían travendo como consecuencia 1a modificación de la carga crítica de pandeo [16]. Esta modificación para valores pequeños de carga se comporta de manera casi lineal, pero en la medida que el gradiente térmico aumenta se hace visible la no linealidad de los resultados y un aparente endurecimiento en el material.



**Figura 10.** Variación de la carga crítica de pandeo con el incremento del gradiente de temperatura inducido durante el proceso de curado.

Para evaluar el post-pandeo de las placas con refuerzo lateral, las placas fueron sometidas a una carga de compresión, para lo cual se aplicó un desplazamiento uniforme de 2 mm a intervalos de 0,2 mm. El análisis de los desplazamientos transversales se realizó para valores de carga entre los 3000 N y los 6000 N. Para la selección de la carga inicial se adoptó como criterio utilizar un valor aproximadamente 10 veces mayor que el valor de la carga reportada para el primer modo de pandeo lineal, obtenida en las placas que no poseen tensiones residuales térmicas [17], de esta forma se garantiza que los incrementos de carga provoquen en las placas la presencia de grandes desplazamientos que permitan evaluar su comportamiento cuando se encuentran en su estado de equilibrio inestable. Para obtener los desplazamientos fuera del plano se utilizó un equipo de topogrametría, el cual captura una imagen de referencia de la placa sin carga al inicio de cada ensayo. Imágenes sucesivas son capturadas a cada intervalo de desplazamiento aplicado. La sustracción de las imágenes se realiza con el software TPLA40012<sup>®</sup>, lo cual genera una tercera imagen que permite obtener los desplazamientos fuera del plano de toda la superficie medida. Los desplazamientos transversales (máximos, mínimos y promedios) que ocurren en el punto central de la superficie de la placa (w), obtenidos con el procedimiento experimental fueron registrados en función de la carga aplicada y comparados con los resultados de los dos modelos numéricos, para los dos tipos de placas estudiadas (Ver Figuras 11 y 12). A partir de los gráficos obtenidos es posible observar que los desplazamientos transversales ocurridos en el punto medio de la superficie de la placa disminuyen con la inducción en el material de tensiones térmicas residuales para el rango de cargas considerado en este estudio.



**Figura 11.** Post-pandeo de placas con refuerzo longitudinal pegado a 22°C (*w* son los desplazamientos transversales y P es la carga aplicada).

Para evaluar la correlación entre resultados experimentales y numéricos fue calculado el error de aproximación (Ver Tablas 4 y 5). Al comparar los resultados experimentales con los resultados de los modelos numéricos elaborados de acuerdo al método de Riks y al empleo del módulo Dinámico Explicito, ambos disponibles en la versión del software comercial empleado, es posible observar que el modelo analizado de acuerdo al método de Riks es capaz de reproducir con una mejor aproximación el comportamiento obtenido de forma experimental de placas con refuerzos laterales pegados a 22°C, presentando un error máximo de aproximación de 10,17% cuando se aplica una carga de 3000 N.



**Figura 12.** Post-pandeo de placas con refuerzo longitudinal curado a  $177^{\circ}$ C. (*w* son los desplazamientos transversales y P es la carga aplicada).

En el caso de placas que poseen refuerzos pegados a 177°C, es posible notar que ambos modelos presentan un ajuste adecuado a los resultados experimentales; no obstante es preciso destacar que con el empleo del módulo Dinámico Explicito, se obtiene un error de aproximación para el primer punto de carga (3000 N) que supera el 20%. Teniendo en consideración los errores de aproximación entre los resultados experimentales y los obtenidos con el método de Riks y por ser este método recomendado en la bibliografía de consulta para predecir el comportamiento de estructuras geométricamente no lineales [18,19], se selecciona este método para evaluar el efecto de las tensiones térmicas residuales en el post-pandeo de las placas reforzadas.

A partir de los gráficos presentados en las Figuras 11 y 12 es posible percibir la influencia de las tensiones térmicas residuales en el comportamiento mecánico de las placas cuando la misma se encuentra en estado de equilibrio inestable, para valores de cargas que permiten verificar los desplazamientos que ocurren en la fase post-crítica. Al contrastar ambas figuras puede notarse que tanto en los resultados numéricos como en los resultados del trabajo experimental existe una reducción en el valor de los desplazamientos transversales que ocurren en el centro de las placas, cuando se induce en la estructura la presencia de tensiones residuales de origen térmico. Esta reducción puede ser asociada a una ganancia de rigidez que depende de la magnitud de la carga aplicada, siendo más evidente para cargas menores (3000 N) y mostrando una tendencia a decrecer en menor proporción en la medida que la carga aplicada aumenta. En las Tabla 6 y 7 se muestra una comparación entre los desplazamientos máximos promedios que ocurren en ambos tipos de placas analizadas.

_						
	Carga (N)	LB <sub>EXPERIMENTAL</sub>	LB <sub>DINÁMICO EXPLÍCITO</sub>	E <sub>APROXIMACIÓN</sub> (%)	LB <sub>RIKS</sub>	E <sub>APROXIMACIÓN</sub> (%)
	3000	2,36	2,88	22,00	2,60	10,17
	3500	2,67	3,23	21,00	2,80	4,87
	4000	2,82	3,38	19,86	2,96	4,96
	4500	3,13	3,62	15,65	3,29	5,11
	5000	3,30	3,96	20,00	3,50	6,06
	5500	3,45	4,07	18,00	3,66	6,10
	6000	3,76	4,20	11,70	3,97	5,58

Tabla 4. Correlación entre resultados experimentales y numéricos para placas con refuerzos pegados a 22°C.

Tabla 5. Correlación entre resultados experimentales y numéricos para placas con refuerzos pegados a 177°C.

Carga (N)	LC <sub>EXPERIMENTAL</sub>	LC DINÁMICO EXPLÍCITO	E <sub>APROXIMACIÓN</sub> (%)	LC <sub>RIKS</sub>	E <sub>APROXIMACIÓN</sub> (%)
3000	1,80	2,20	22,22	1,93	7,22
3500	2,20	2,41	9,54	2,34	6,36
4000	2,65	2,60	1,89	2,74	3,40
4500	2,90	2,85	1,72	2,98	2,76
5000	3,15	3,10	1,59	3,27	3,80
5500	3,35	3,30	1,49	3,51	4,78
6000	3,60	3,50	2,78	3,75	4,17

Tabla 6. Reducción de los desplazamientos transversales obtenida de forma experimen
---

Carga (N)	LB <sub>EXPERIMENTAL</sub>	LCEXPERIMENTAL	VARIACIÓN (%)
3000	2,36	1,80	23,73
4000	2,82	2,65	6,00
5000	3,30	3,15	4,54
6000	3,76	3,60	4,25

Tabla 7. Reducción de los desplazamientos transversales obtenida con el modelo numérico.

Carga (N)	LB <sub>NUMÉRICO</sub>	LC <sub>NUMÉRICO</sub>	VARIACIÓN (%)
3000	2,60	1,93	25,77
4000	2,96	2,74	7,43
5000	3,50	3,27	6,57
6000	3,97	3,75	5,54

Para obtener los desplazamientos transversales que ocurren en la placa como resultado del estudio realizado, se trazaron perfiles de desplazamiento a lo largo de una línea central localizada en el centro de las mismas, para cargas entre 3000 y 6000 N. Los desplazamientos experimentales son obtenidos con la técnica óptica aplicada, la cual al suministrar todas las coordenadas de la placa antes de aplicar carga y durante el ensayo, permite con un proceso de substracción de imágenes obtener el perfil de desplazamiento para la posición deseada (x). En la Figura 13 se presentan los perfiles de desplazamientos de las placas, representando los valores máximos, mínimos y promedios para los dos tipos de placas estudiadas ("*LB*" y "*LC*"), cuando se aplicó una carga de 3000 N. Los resultados experimentales son contrastados con los resultados del modelo numérico desarrollado con el método de Riks y los errores de aproximación entre resultados experimentales promedios y los resultados del modelo numérico son presentados en las Tablas 8 y 9.



**Figura 13.** Variación de los desplazamientos transversales a lo largo del eje x para una carga de 3000 N en placas del tipo "LB" y "LC" (x es el ancho de la placa y w es el desplazamiento en mm).

Posición, x (mm)	LBEXPERIMENTAL	LB <sub>NUMÉRICO</sub>	E <sub>APROXIMACIÓN</sub> (%)
25	0,66	0,60	9,09
50	1	1,09	9,00
75	1,25	1,41	12,80
100	1,8	1,98	10,00
125	2,08	2,33	12,02
150	2,28	2,48	8,77
177	2,36	2,6	10,17
200	2,18	2,50	14,68
225	2,05	2,35	14,63
250	1,72	1,97	14,53
275	1,33	1,42	6,77
300	0,94	1,08	14,89
325	0,54	0,61	12,96

**Tabla 8.** Correlación entre resultados experimentales y numéricos para perfil de desplazamientos cuando una carga de 3000 N es aplicada en placas con refuerzos laterales pegados a 22°C.

Posición, x (mm)	LCEXPERIMENTAL	LC <sub>NUMÉRICO</sub>	E <sub>APROXIMACIÓN</sub> (%)
25	0,5	0,53	6,00
50	0,76	0,79	3,95
75	0,95	1,07	12,63
100	1,37	1,47	7,30
125	1,59	1,7	6,92
150	1,74	1,87	7,47
177	1,8	1,93	7,22
200	1,66	1,89	13,85
225	1,55	1,68	8,39
250	1,31	1,46	11,45
275	0,93	1,06	13,98
300	0,67	0,77	14,92
325	0,47	0,52	10,64

**Tabla 9.** Correlación entre resultados experimentales y numéricos para perfil de desplazamientos cuando una carga de 3000 N es aplicada en placas con refuerzos laterales curados a 177°C.

A partir de los resultados presentados en la Figura 13 se puede concluir que la presencia de tensiones térmicas residuales afecta el valor de los desplazamientos que se originan fuera del plano cuando la carga aplicada es aproximadamente 10 veces el valor de la carga critica de pandeo lineal. Al analizar los desplazamientos máximos ocurridos durante el ensayo, se observa que, para una carga de 3000 N, las placas del tipo "LC" presentan desplazamientos menores que los desplazamientos que ocurren en placas del tipo "LB", llegando a ser esta reducción de más del 20 % en el centro de la placa. Es importante puntualizar que la Figura 13 presenta resultados experimentales obtenidos a partir del procesamiento de las imágenes que son capturadas con la topogrametría durante la ejecución del ensavo. Una de las características de este procedimiento es que requiere la delimitación del área a medir, que para esta investigación se determinó entre los 25 y 325 mm de ancho y una altura de 177 mm, tomando como referencia el borde inferior izquierdo de la placa como origen del sistema de referencia. La selección del área de interés se realizó marcando sobre la superficie de la placa el área máxima que el equipo utilizado permite. Los perfiles fueron trazados a una altura de 177 mm debido a que es en el centro de la placa donde se esperan los mayores desplazamientos transversales. A partir de los resultados mostrados en la Figura 13 se puede apreciar de que a pesar de que se muestra una tendencia a la simetría de los desplazamientos transversales (lo cual es de esperar por las condiciones de borde aplicadas), los resultados no son perfectamente simétricos, debido a las condiciones iniciales de cada placa, así como a posibles inexactitudes a la hora de generar las condiciones de apoyo en el marco creado para este fin. Las Tablas 8 y 9 demuestran que en los dos grupos de placas estudiadas se presentó una correlación adecuada entre resultados numéricos y experimentales, obteniéndose errores de aproximación inferiores al 15%.

La variación del desplazamiento transversal en función de la carga de compresión fue analizada a partir de los perfiles trazados con el resultado de la simulación numérica para placas con y sin tensión residual cuando una carga de 4000 N y 6000 N es aplicada. Estos resultados son contrastados con los resultados experimentales obtenidos como los valores promedios de todas las placas estudiadas y son presentados en las Figuras 14 y 15. En estas figuras se observa que para ambos grupos de placas, cuando el valor de la carga aumenta, los desplazamientos se incrementan de forma no lineal. Para placas sin tensión residual, la diferencia observada entre los resultados numéricos y experimentales es menor a 5% para cargas de 4000 N y alcanza una diferencia de aproximadamente 6% para cargas de 6000 N. En el caso de placas con tensión residual térmica, los valores medios de los desplazamientos obtenidos experimentalmente se ajustan satisfactoriamente al modelo numérico, ya que se presenta un error máximo de aproximadamente 5%.



**Figura 14.** Variación de los desplazamientos transversales en función de la carga aplicada para placas sin tensiones residuales (x es el ancho de la placa y w es el desplazamiento en mm).



**Figura 15.** Variación de los desplazamientos transversales en función de la carga aplicada para placas con tensiones residuales (x es el ancho de la placa y w es el desplazamiento en mm).

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un procedimiento experimental para analizar la influencia de las tensiones térmicas residuales en el pandeo de placas con refuerzos laterales. Los resultados obtenidos demuestran que al inducir un campo de temperatura uniforme durante el proceso de fabricación de laminados compuestos, no solo se afecta el valor de la carga critica de pandeo sino también los máximos desplazamientos que ocurren en el sentido transversal de los mismos así como las formas modales características. En el caso específico de los valores de carga obtenidos cuando el material se encuentra en régimen lineal, estos valores son compatibles a los resultados obtenidos por otros autores en investigaciones anteriores demostrando que es posible aprovechar la presencia de estas tensiones para mejorar el desempeño del compuesto independientemente del tipo de refuerzo utilizado. En cuanto a la asimetría presentada en los modos de pandeo al inducir las tensiones térmicas residuales, ella pudiera estar asociada a la inclusión del problema térmico en el modelo numérico, en el cual se somete la placa sin restricciones de apoyo y sin esfuerzo mecánico a un campo de temperatura, el cual genera una fuente adicional de no linealidad, no obstante, este aspecto aún requiere de un profundo estudio que se escapa del alcance de los resultados aquí presentados.

Los resultados obtenidos en la fase de post-pandeo demuestran que al aumentar la temperatura de cura se genera un aumento de la rigidez de la placa, poniéndose en evidencia que en la medida que aumenta la temperatura el material se endurece de manera no lineal. Resultados similares son encontrados en la bibliografía técnica consultada y permiten confirmar lo ya expuesto por trabajos anteriores en los cuales se plantea la posibilidad de utilizar esta información en la búsqueda de la temperatura adecuada de procesamiento del material con el objetivo de reducir la falla por pandeo que con frecuencia ocurre en este tipo de material.

Los resultados experimentales se han comparado con los obtenidos por medio de un modelo numérico. El modelo utilizado representó de manera adecuada las condiciones reales de ensayo presentando un margen de error menor a 11% para placas sin tensiones térmicas residuales y de aproximadamente 8% para placas con tensiones residuales térmicas, lo cual permite concluir que el modelo seleccionado se ajusta satisfactoriamente a los resultados experimentales obtenidos con la técnica óptica de topogrametria.

En cuanto a la metodología experimental utilizada cabe resaltar que el empleo de la topogrametría resultó una eficiente herramienta en el estudio del comportamiento de las placas analizadas. La total ausencia de contacto entre el sistema de medición y la superficie medida, evita alteraciones indeseables en la lectura de los desplazamientos y permite obtener de manera rápida y confiable los desplazamientos en una gran cantidad de puntos localizados en toda la superficie de la placa, la captura simultánea de numerosos mapas de fases y su procesamiento permite reducir posibles fuentes de error generadas por las imperfecciones iniciales que las placas poseen.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Militar Nueva Granada, al centro nacional de investigaciones CNPq de Brasil y a la Fundación de Apoyo a la investigación del estado de Sao Paulo, FAPESP el apoyo brindado para la realización de este trabajo.

#### 6. **REFERENCIAS**

- Parlevliet P.P., Bersee H.E.N., Beukers A. Residual stresses in thermoplastic composites—A study of the literature—Part I: Formation of residual stresses. Composites. Part A: Applied Science and Manufacturing 37 (2006) pp. 1847-1857
- [2]. Gascoigne H.E. Residual surface stresses in laminated cross-ply fiber-epoxy composite materials. Exp Mech, 34 (1994), pp. 27–36
- [3]. Hosseini-Toudeshky H., Mohammadi B. Thermal residual stresses effects on fatigue crack growth of repaired panels bounded with various composite materials Compos Struct, 89 (2009), pp. 216–223
- [4]. Ersoy N., Vardar O. Measurement of residual stresses in layered composites by compliance method. J Compos Mater, 34 (2000), pp. 575–598
- [5]. Kim J.W., Lee J.H., Kim H.G., Kim H.S., Lee D.G. Reduction of residual stresses in thickwalled composite cylinders by smart cure cycle with cooling and reheating. Compos Struct, 75 (2006), pp. 261–266
- [6]. Kim H.S., Yoo S.H, Chang S.H. In situ monitoring of the strain evolution and curing reaction of composite laminates to reduce the thermal residual stress using FBG sensor and dielectrometry. Compos Part B: Eng, 44 (1) (2013), pp. 446–452
- [7]. Shokrieh M.M., Daneshvar A., Akbari S. Reduction of thermal residual stresses of laminated polymer composites by addition of carbon nanotubes. Materials and Design, 53 (2014) pp (209-216)
- [8]. Almeida S.F.M., Hansen, J.S. Natural frequencies of composites plates with tailored thermal residual-stresses. International Journal of Solids and Structures, (1999), v.36, n.23, p.3517-3539.
- [9]. Almeida S.F.M., Hansen, J.S. Buckling of composite of plates with damage and thermal

residual stresses. IAAA Journal, (2002), v.40, n.2, p.340-345.

- [10]. Sánchez M.L., Carrillo J., Almeida S.F.M. Effect of thermal residual stresses on buckling and postbuckling properties of laminated composites perimetrally reinforced. Latin American Journal of Solids and Structures 13 (2016) pp 435-455.
- [11]. Sánchez M.L., Almeida S.F.M. Comportamiento Mecánico de Placas Compuestas Bajo el Efecto de Tensiones Térmicas Residuales. Revista Colombiana de Materiales N.5 (2013). pp. 61-66
- [12]. Besednjak A. Materiales Compuestos. Procesos de Fabricación de Embarcaciones. Universidad Politécnica de Cataluña, (2005), 193 pp.
- [13]. Fantin A.V. Medição de formas livres tridimensionais por topogrametria. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis (1999), 99 pp.
- [14]. Abaqus 6.12 Analysis User's Manual Volume II: Prescribed Conditions, Constraints & Interactions,
   © Dassault Systèmes, (2011), Vol II, pp.1349.
- [15]. Cidoncha M.G., Martínez M.E., Martínez J., Pérez S. El Libro de Catia V5.módulos Part Design, Wireframe & Surface Design, Assembly, Design y Drafting. Editorial Tebar S.L., Madrid, (2007), 542 p.
- [16]. Foldager J. P., Hansen J. S., Olhof N. Optimization of the buckling load for composite structures taking thermal effects into account. Struct Multidisc Optim 21 ,(2001), Springer-Verlag pp 14-31.
- [17]. Nunes F.M., Almeida S.F.M. Post buckling analysis of composite material plates in the presence of thermal residual stresses. Proceeding of 18th International Congress of Mechanical Engineering, (2005), 8p.
- [18]. Dey T., Ramachandra L.S. Buckling and postbuckling response of sandwich panels under non-uniform mechanical edge loadings. Composites Part B: Engineering, (2014), Volume 60, p. 537–545.
- [19]. Novoselac S., Ergić T., Baličević P. Linear and Nonlinear Buckling and Postbuckling Analysis of a Bar with the Influence of Imperfections. Tehnički vjesnik, (2012), v 19, No. 3, p. 695-701.