Didáctica Crítica de la Matemática Financiera

Alí Ramón Rojas Olaya
UPEL-Instituto Pedagógico de Caracas
olaya902@gmail.com

RESUMEN

Este artículo recoge algunos aspectos de la didáctica crítica estudiados y abordados en el proyecto de tesis doctoral *Didáctica Crítica de la Matemática Financiera*. La investigación consiste en un estudio de caso centrado en la manera cómo las y los docentes dictan la asignatura Matemática Financiera en la Escuela Nacional de Administración y Hacienda Pública (ENAHP). El caso se desarrolla con el análisis de la didáctica empleada, e intenta determinar cómo cambiarla de manera que las alumnas y los alumnos puedan sobreponerse a los prejuicios y temores acerca del aprendizaje de la asignatura.

Palabras clave: Estudio de caso, autonomía colectiva, investigación-acción, multidisciplinariedad, Educación Matemática Crítica, paradigma socio-crítico.

Recibido: julio 2010
Aceptado: octubre 2010

ABSTRACT
Critical didactic of the financial mathematics
This article gathers some aspects of the critical didactic studied and seen in the financial mathematics critical didactic. The investigation consists of a case study centered on how teachers dictate the Financial Mathematics course at the National School of Administration and Public Finance (ENAHP). The case is developed with the analysis of the didactic employed, and attempts to determine how to change it so that male and female students can overcome the prejudices and fears about apprenticeship of the subject.

Keywords: Case study, collective autonomy, investigation-action, multidisciplinary, Critical Mathematical Education, socio-critical paradigm.

RÉSUMÈ
Didactique critique des mathematiques financières

Cet article reprend certains aspects de la didactique critique étudiés et abordés dans le projet de thèse du doctorat « Didactique Critique des Mathématique Financières. La recherche consiste à étudier la méthode d'enseignement qu'utilisent les professeurs et les professeures qui assurent le cours Mathématiques Financières à l'École Nationales d'Administration et Finances Publiques (ENAHP). L'étude se réalise en analysant la didactique employée et en essayant de déterminer comment la modifier afin que les élèves puissent surmonter les préjugés et les craintes qui entourent l'apprentissage de cette matière.

Mots clés: Étude des cas, autonomie collective, recherche – action, multi – disciplinaire, Éducation Mathématique Critique, paradigme socio – critique.

RESUMO

Didáctica crítica da matemática financeira

Este artigo recolhe alguns aspectos da didáctica crítica estudados e abordados no projecto de tese doctoral Didáctica Crítica da Matemática Financeira. A investigação consiste num estudo de caso centrado na maneira como as e os docentes ditam a matéria Matemática Financeira na Escola Nacional de Administração e Fazenda Pública (ENAHP). O caso desenvolve-se com a análise da didáctica empregada, e tenta determinar como a mudar de maneira que as alunas e os alunos possam sobreponerse aos preconceitos e temores ao respeito da aprendizagem da matéria.
Palavras chaves: Estudo de caso, classe magistral, educação para todas e todos, autonomia colectiva, investigação-acção, multidisciplinariedad, Educação Matemática Crítica, paradigma sócio-crítico.

“Si yo, por ejemplo, le sugiero a mis alumnos que hagan la siguiente actividad: ustedes tienen 10.000 dólares y los llevan al banco donde obtendrán 3% por concepto de intereses, ¿Cuánto tendrán dentro de seis meses? Algunos piensan que es solamente una actividad de cálculo, pero realmente esa tarea tiene que ver algo con política e ideología. Es una pregunta capitalista; en tal sentido, tú le suministras a tus alumnos la representación del valor capitalista. Yo le pregunto a ustedes: ¿dónde está la neutralidad de la Matemática?”

Paulo Freire (1981)

Introducción

La Didáctica Crítica de la Matemática Financiera es un artículo basado en el homónimo proyecto de tesis doctoral que desarrolla el autor. Con esta investigación el autor desea transformar con la acción y la palabra realidades educativas poco eficientes y distorsionantes. Para ello se muestra el punto de vista sobre el papel protagónico que cumple y debería cumplir la Matemática Financiera y su didáctica en el desarrollo de procesos profundos de concienciación social, lo cual significa que no se descuida los aspectos formativo y político de la Matemática (Mellin-Olsen, 1987; Skovsmose, 1999; Freire, 1997 y Valero, 2007), por constituir elementos básicos de la didáctica crítica (Rodríguez Rojo, 1997; Klafki, 1986 y Schaller, 1986).

El proyecto consiste en una investigación sobre la Didáctica Crítica de la Matemática Financiera, el cual se viene llevando a cabo entre 2007 y 2009 en la ENAHP, institución universitaria dedicada a la enseñanza de las Ciencias Fiscales, adscrita al Ministerio del Poder Popular para Economía y Finanzas de la República Bolivariana de Venezuela. La asignatura Matemática Financiera se imparte en el tercer semestre lectivo de la ENAHP y forma parte de las materias instrumentales, básica para el desarrollo profesional de las licenciadas y licenciados en Ciencias Fiscales. Son dos los objetivos generales de la asignatura: aplicar los regímenes de capitalización a las operaciones financieras identificando el crecimiento de un capital con el tiempo, y aplicar el cálculo diferencial de funciones reales a la solución de problemas donde se utilicen las funciones reales elementales.

Algunas reflexiones de los docentes

Dentro de la Didáctica Crítica y de la Educación Matemática Crítica los docentes involucrados en el estudio y guiados por quien escribe comenzarán a hacerse una autocrítica y responder a interrogantes tales como ¿Qué pasa en la ENAHP?, ¿Cuál es su enfermedad?, ¿Son sus alumnas y alumnos los principales causantes de sus desaciertos?, ¿A qué se considera desaciertos?, ¿Coinciden en su interpretación las alumnas, alumnos, las y los docentes? Quizás se concluya que muchas de las cosas son causadas y causantes a la vez. Una ENAHP crítica no podrá culpar a las alumnas y alumnos. Si el alumnado no está contento, algo habrá en sus profesoras y profesores, en la institución, en el currículo, en la política educativa, en la sociedad, en la información que reciben de los distintos medios de comunicación, que no los satisfaga plenamente.

La tarea será buscar ese *algo* o esos *algos*. La ENAHP debe formular las posibles causas en un grado de abstracción correspondiente a la esfera social y para ello hay que acudir al nexo existente entre la ENAHP y su contexto como principio pedagógico. Así la cita de Paulo Freire, podría transformarse de "*ustedes tienen 10.000 dólares y los llevan al banco donde obtendrán 3% por concepto de intereses, ¿Cuánto tendrán dentro de seis meses?*" a *Una cooperativa ha producido 215 000 bolívares fuertes (el equivalente a 10 000 dólares) y los llevan al banco donde obtendrán 3% por concepto de intereses que serán reinvertidos para desarrollar endógenamente la cooperativa y así colaborar con la comuna, ¿Cuánto tendrán dentro de seis meses?* Son las mismas fórmulas a utilizar (dependiendo de si la capitalización es discreta o continua) y pareciera ser la misma pregunta, lo que varía es la posición asumida por el docente. Acá éste logra que el discente logre convertirse en docente de sí mismo y que al mismo tiempo tome conciencia de que la lucha que libra en la escuela por su emancipación debe estar unida a la lucha por la emancipación de todos los oprimidos insertos en la sociedad.

La ENAHP como ambiente institucional del estudio

La ENAHP está en un proceso de transformación y redimensionamiento hacia la Universidad de Economía y Ciencias Fiscales. Este hecho supone la revisión exhaustiva del programa que compone la Licenciatura en Ciencias Fiscales. Dentro de esta revisión le ha correspondido a quien escribe, junto a otros colegas, un diagnóstico del proceso de enseñanza de la Matemática Financiera y una propuesta del mismo, contextualizada y adecuada al momento histórico que vive el país. En el diagnóstico se observó que durante las dos horas de clases la enseñanza está centrada en la y el docente. Los profesores emplean un 75% de su tiempo en *clase magistral*, también llamada enseñanza directa o enseñanza frontal (estrategia en que las interrelaciones se intensifican propiciando el monopolio de la palabra por parte del docente) y un 25% a la resolución de problemas en la que se evidencia muy poca participación de las alumnas y alumnos. En definitiva ellas y ellos son sujetos pasivas y pasivos durante el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula y las profesoras y profesores acaparan el centro de autoridad durante la clase. Las y los docentes no atienden las estrategias instruccionales de la ENAHP (2003) las cuales insisten en que las actividades se basen en la participación activa de la y del estudiante como eje de todo el proceso y por tanto contribuya a la efectividad de su aprendizaje. La y el docente, por su parte, debe aplicar técnicas centradas en la alumna y el alumno como: discusiones, debates, interrogatorios, demostración a través de la realización de ejercicios que contribuyan a la resolución de problemas, lo que redundaría en éxito del proceso instruccional y en beneficio de su aprendizaje.

Sin embargo la realidad académica difiere de las aspiraciones institucionales. Los seis docentes que dictan la asignatura Matemática Financiera se desencantan con frecuencia al constatar los exiguos adelantos de sus alumnas y alumnos, al percibir los fracasos frecuentes en la consecución de los objetivos, al observar la falta de interés de las alumnas y alumnos ante los contenidos curriculares. Los docentes coinciden en que las alumnas y alumnos no están motivadas y motivados.

Durante la autocrítica por mejorar la educación en la ENAHP el ponente ha optado por una *educación para todas y todos*, comprometida de manera muy particular con los sectores de la sociedad formados por quienes simplemente sobreviven, como dice Freire

(1970, 1990 y 1997). La apropiación de la Matemática por estos sectores es fundamental para salir de la simple sobrevivencia. La manera como se defina la pedagogía y las prácticas que de ella se deriven juegan un papel muy importante en la sobrevivencia de todos en la ENAHP. Ello conlleva la redefinición de aspectos de la actividad pedagógica en la ENAHP que garanticen una educación equitativa para todos los alumnos que optan al título de Licenciados en Ciencias Fiscales.

Los docentes durante la clase refieren bibliografía deficiente. Por ejemplo, con una semiótica dispar de términos y fórmulas; muchos de los problemas utilizan unidades monetarias ajenas a nuestra realidad y en desuso (muchos de los textos son españoles y usan las pesetas); existen problemas que, aunque parezcan extraídos de la realidad, rebosan de excesos que conducen a complicaciones gramaticales y lógicas. Los docentes proponen una bibliografía básica contextualizada pero desactualizada (Jaguán, 1998; Universidad Nacional Abierta, 1986 y Redondo, 1982) y otra descontextualizada (Portus, 1998; Cissell, Cissell y Flaspohler, 1999; Díaz Mata y Aguilera Gómez, 1999; Hernández Hernández, 1998 y Motoyuki Yasakawa, 2000).

¿Qué es la Matemática Financiera?

La Matemática como sistema de conocimientos organizados en continua expansión es aplicada en casi todas las disciplinas del saber y en particular en las Ciencias Fiscales (Mehl, 1964). Permite modelar la realidad y emplear un sentido lógico para arribar a las generalizaciones a través de la simbolización. En consecuencia la asignatura Matemática Financiera está orientada a estimular el desarrollo de destrezas y habilidades cognoscitivas, que en fase posterior se traduce en capacidades analíticas y críticas.

Desde el punto de vista matemático, la base de la Matemática Financiera radica en explorar el cambio que se genera en uno o varios capitales a través del tiempo. La importancia de la Matemática Financiera radica en la teoría del valor trabajo desarrollada por Ricardo (1959) quien explicaba que los precios eran consecuencia de la cantidad de trabajo que se necesitaba para producir un bien. Marx (1976) adopta esta teoría y otras dos fuentes: la dialéctica hegeliana y la exposición de la revolución industrial para realizar una genial síntesis de la teoría del valor, es decir, la transformación de la mercancía en dinero. El trabajo es la fuente de creación del valor dicho por Ricardo (1959) y retomado por Marx (1976). Según esta teoría el valor sólo existe de forma objetiva en forma de dinero.

Didáctica Crítica

La Didáctica Crítica es asumida como la ciencia que permitiría redefinir importantes aspectos de la actividad pedagógica en la ENAHP. Esa disciplina, entendida por Klafki (1986), como la ciencia de la praxis para la praxis, comparte con la pedagogía la responsabilidad de nuestra generación y la futura de apoyar determinados procesos de aprendizaje. Son dos los objetos de estudio de la Didáctica Crítica propuesta por Klafki (1986), en primer lugar, descubrir las manifestaciones y razones de los obstáculos que se oponen a la enseñanza y al aprendizaje respecto al desarrollo de la capacidad de autodeterminación, la *autonomía colectiva*[1] y la solidaridad de y entre las alumnas y alumnos, y en segundo lugar, descubrir las posibilidades de determinar, proyectar, realizar y experimentar esos procesos de enseñanza y aprendizaje. Para Rodríguez Rojo (1997) la relación entre teoría y práctica de la Didáctica Crítica no se reduce a ilustrar la conciencia de lo práctico sobre los límites de la acción pedagógica, sino que incluye preconceptos de la teoría, modelos y concepciones fundadas de una praxis diferente, de una escuela y de una enseñanza más humanas y democráticas, así como formas de cooperación entre la praxis y la teoría. Este educador español define la Didáctica Crítica de la siguiente manera:

> Se entiende por Didáctica Crítica la ciencia teórico-práctica que orienta la acción formativa, en un contexto de enseñanza-aprendizaje, mediante procesos tendencialmente simétricos de comunicación social, desde el horizonte de una racionalidad emancipadora. (p.140).

Para Schaller (1986) la Didáctica Crítica es una teoría de la práctica frente a la teoría clásica de la educación. Para Carr y Kemmis (1988) una didáctica crítica se consigue instalando el uso de la *investigación-acción* en el corazón de la enseñanza, esto es, atribuirle a la educación cinco características para que sea crítica: (1) visión dialéctica de la realidad, (2) desarrollo sistémico de las categorías interpretativas de los enseñantes, (3) utilizar la crítica ideológica para superar las interpretaciones distorsionadas, (4) identificar las situaciones sociopolíticas que impiden conseguir los fines racionales de la enseñanza educativa, construyendo teorías que ayuden a superar esas situaciones, y (5) crear comunidades autorreflexivas que garanticen la unión de la teoría con la práctica.

---

[1] La expresión *autonomía colectiva* aparece en Mora (2005; 49). En Rodríguez Rojo (1997) la frase es sustituida por el término codeterminación.

En el curso del estudio de caso, que tiende a mejorar la enseñanza de la Matemática Financiera en la ENAHP, se asume una visión dialéctica con categorías interpretativas de los discentes relacionadas sistémicamente, con una crítica ideológica para superar distorsiones, con capacidad para identificar situaciones sociopolíticas que obstaculicen la enseñanza, y con creación de comunidades autorreflexivas sobre la unión entre la teoría construida y la práctica. Esos cinco pasos que constituyen la esencia de la investigación-acción, han sido asumidos también como centrales para el estudio de nuestro caso.

Didáctica Crítica de la Matemática Financiera: modelación

Skovsmose (1999) sostiene que el modelo matemático se puede concebir como una manera potente por medio de la cual la Matemática ejerce su poder formativo ya que en un proceso de modelaje la Matemática no sólo toca la realidad sino que también la exprime y la transforma. Para este educador danés las abstracciones se materializan y lo explica de la siguiente manera:

> El modelaje se convierte en un acto tecnológico y en una manera de introducir los sistemas a la realidad- Al concentrarse en el modelaje, la discusión sobre la reflexión no sólo se especifica sino que también se restringe. Empero, el modelaje matemático constituye un problema en la evaluación de las tecnologías porque el lenguaje matemático aparentemente transparente crea la paradoja de Vico[2] en todo su esplendor.

Toda estrategia constituye un tipo de análisis de características muy especiales si se considera la posibilidad de elaborar un modelo matemático que permita estudiar con rigor la lógica de sus proposiciones. En primer lugar, cualquier modelo de la realidad social debe trabajar con una cantidad muy grande de variables y relaciones. En segundo lugar, una representación del proceso social debe incluir elementos cualitativos y cuantitativos, lo que plantea la cuestión de la coherencia de los elementos cualitativos

---

[2] La paradoja de Vico es explicada por Skovsmose (1999) como a continuación se escribe. Lo que despliega las dificultades para llegar a asir las características básicas de una sociedad tecnologizada es especialmente el cambio de enfoque de percibir la tecnología como una relación entre seres humanos y naturaleza, a percibirla como una relación entre seres humanos en sí. Tal relación se especifica en los diferentes tipos de tecnología. Esta dificultad puede resumirse como la Paradoja de Vico. Giambatista Vico fue el filósofo italiano que formuló la idea de que las únicas cosas que los seres humanos pueden comprender son las que ellos mismos han creado. Esto representa un ataque al cartesianismo que hace de la naturaleza el objeto del conocimiento infalible. Vico expresó sus reservas acerca de la habilidad de los seres humanos en aprehender la naturaleza. Dudó de que fuéramos alguna vez capaces de comprender nuestras propias creaciones.

entre sí y de los cuantitativos por otro lado, además del problema como tal. En tercer lugar, se dan relaciones recíprocas entre cualidad y cantidad mediante algún tipo de funciones que las vinculen, de donde surge a su vez el problema de un método para estudiar la coherencia de conjunto de un modelo mixto que combine elementos cuantificables con los que no lo son. En cuarto lugar, como el proceso social es algo vivo y discontinuo, requiere un modelo esencialmente dinámico para que tenga alguna representatividad. En quinto lugar, por ser incierta la realidad, cualquier modelo de estrategia deberá operar con funciones de probabilidad. Por último, como la realidad es cambiante y los errores por falta de representatividad del modelo pueden acumularse con rapidez, el sistema de cálculo matemático que sirva de base al modelo que la interpreta debe ser lo bastante flexible como para incorporar periódicamente nuevos elementos y corregir los ya incluidos, pues en caso contrario pierde fácilmente validez interpretativa y no puede aprovechar las enseñanzas de la propia historia para corregir su representación. La información sobre el cambio de proceso "*tiende a destruir y reemplazar la información sobre el estado inicial del sistema*" (Ashby, 1956).

Si al razonamiento se aplica el lenguaje común resulta bastante insuficiente para abordar los problemas enunciados. La respuesta a esa insuficiencia debería ser el lenguaje matemático y su sistematización en un modelo matemático. Pero hasta ahora la matemática ha resultado más bien limitante del análisis social, y el lenguaje corriente, aún cuando es menos sistemático y difícilmente riguroso, es más rico en matices y procedimientos. Sin embargo, "*es fácil confundir la matemática con lo que hacen los matemáticos más conocidos. Esto impide ver las posibilidades potenciales de la matemática y coloca al científico social en la situación pasiva de ensayar los instrumentos que la matemática ya conoce, en vez de demandar los que necesita. Y eso es tan poco eficiente como si los exploradores de la selva quisieran usar sólo las técnicas de los exploradores del mar, entusiasmados por la brújula y alguno que otro instrumento de uso común a ambos*" (Varsavsky, 1968).

La Matemática se desarrolló para tratar de satisfacer la demanda de los físicos y uno de los principales impulsos para su desarrollo provino de los mismos físicos. Señala Varsavsky (1968) que hombres como Newton, Heisenberg, Dirac y Einstein tuvieron que elaborar especialmente sus propios instrumentos matemáticos, pues no tuvieron a su disposición los métodos matemáticos que necesitaban. Esas características del mundo físico centraron el avance de la Matemática en campos muy particulares, que no eran por cierto los únicos ni menos aún los más apropiados para el estudio de los procesos sociales. Varsavsky (1968) señala:

> Cuando las actividades sociales comenzaron a estudiarse científicamente, la matemática ortodoxa ya estaba muy desarrollada y gozaba del enorme prestigio de sus éxitos en la física. Nada más natural, pues, que los primeros científicos sociales trataran de utilizarla tal como la encontraron… Las pocas aplicaciones aisladas de la matemática ortodoxa sólo confirman esta afirmación. Se han usado teoremas de punto fijo para demostrar la existencia de equilibrio económico en ciertas condiciones, y técnicas aun más finas para ver la equivalencia de varios axiomas para el valor o preferencia; la lucha por la vida se ha estudiado con ecuaciones diferenciales o integrales lineales, y las no lineales se han usado en modelos macrocionales (sic) de dos sectores. Pero en todos los casos el problema ha sido simplificado artificialmente y es casi imposible extraer aplicaciones concretas.

Sin embargo las conclusiones sobre la aplicación de modelos matemáticos a los procesos sociales no pueden ser pesimistas. Varsavsky (1968) señala:

> Mi tesis es que estos argumentos no demuestran la imposibilidad de una ciencia rigurosa de los sistemas sociales, sino sólo la ineficiencia de la matemática ortodoxa como instrumento para ello, y señalan la necesidad de que los mejores cerebros matemáticos comiencen a prestar más atención a las demandas específicas de estas ciencias… Lo más promisorio hasta ahora, desde este punto de vista, es esa ciencia amorfa llamada investigación operativa, y es en ella donde deben buscarse los gérmenes de la nueva matemática. Nacida con el objetivo concreto de ayudar en la toma de decisiones, se vio obligada a introducir muchas veces conceptos nuevos, pero parece que lo hiciera con vergüenza, y la mayoría de sus cultores aprovechan toda oportunidad de emplear el lenguaje más avanzado y abstracto de la matemática ortodoxa.

Skovsmose (1999) hace una distinción entre dos tipos de modelaje: el modelaje puntual y el modelaje extendido. *"En el caso de modelaje puntual, el problema al que nos enfrentamos se transforma en un lenguaje formal, en términos del cual tratamos de solucionar el problema original"*. Mientras que para este autor, en el modelaje extendido *"la terminología matemática no se usa para describir un problema específico, sino que se usa para proveer una base genérica para un proceso tecnológico"*. Para este importante teórico:

> La Matemática hace parte del marco conceptual a través del cual interpretamos y reacomodamos la realidad. Como ejemplo podemos pensar en la distinción entre valor de cambio y valor de uso, que es fundamental en la organización capitalista de la vida económica y que se lleva a cabo a

> través del sistema de contabilidad por partida doble, que hace importante establecer unos cálculos generales de los valores en términos de un sistema monetario abstracto. En este caso el modelo de cálculos matemáticos ofrece un medio para transformar y manejar una situación compleja. En el tipo de modelaje extendido, la Matemática se encuentra imbuida en las partes de nuestro sistema conceptual básico para manejar los asuntos sociales. La Matemática se convierte en una condición trascendental para los fenómenos individuales y también para los tipos de modelos puntuales.

El método de los modelos, según Matus (1984) se funda en el razonamiento analógico: partiendo de la semejanza de los caracteres de algunos fenómenos comprensivos de una totalidad analítica, se infiere la semejanza de otros. Tal razonamiento sólo da un conocimiento probable, pero sistemático y explícito en sus supuestos.

Ahora bien si una teoría no explica satisfactoriamente el proceso social, un modelo matemático no puede mejorar esa teoría; sólo podría exhibirla en toda su desnudez, con sus implicaciones, coherencias e incoherencias internas. De manera que entre modelo y realidad hay siempre una teoría, sea ella buena, regular o mala. Como dice Varsavsky (1968), "*en física las teorías eran tan buenas y la matemática tan bien adaptada a ellas que no era muy útil establecer esa tricotomía realidad-teoría-modelo*". En el proceso social las teorías son mucho más difíciles, y existan o no buenas teorías, hay que tomar decisiones. Quien decide racionalmente, maneja siempre algún modelo implícito conforme al cual llega a conclusiones. El político estadista opera normalmente con un modelo in mente, aunque puede ocurrir que ese modelo implícito sea erróneo y que la realidad así lo pruebe posteriormente. Sin embargo, a falta de una teoría más perfeccionada que pueda conducir a un modelo mejor, siempre será útil la elaboración de tal modelo, aunque sólo sea una representación clara, completa y rigurosa del modelo implícito. Ello permitirá descubrir sus lagunas e inconsistencias, ser conocido, y, por lo tanto, criticado. Desde el momento en que se somete a una confrontación con la realidad, puede irse mejorando su representatividad por las propias enseñanzas de la historia. Por consiguiente, para que sea dinámicamente útil debe poder acumular las experiencias y éstas, poco a poco, redefinir las bases de la construcción misma del modelo (Matus, 1984). En este sentido Skovsmose (1999) aclara:

> Un modelo matemático debe basarse en una interpretación específica de la realidad. Otras posibilidades no existen. No podemos entrar en contacto con una "realidad" sin estructurarla. Este enunciado se ha enfatizado en la filosofía de la ciencia como una reacción a la doctrina del positivismo

> lógico, para el cual la objetividad y neutralidad son objetivos posibles, aunque difíciles, de obtener. (…).Un modelo nunca puede ser un modelo de la realidad. Tenemos que seleccionar elementos de la realidad que concibamos como los importantes; también tenemos que decidir qué relaciones entre ellos son esenciales. De esta manera creamos un sistema, que no en sí una parte de la realidad. El sistema es una entidad conceptual creada por medio de ciertas interpretaciones de la realidad, es decir, por medio de un cierto marco teórico para mirar la realidad y teniendo en cuenta ciertos intereses para constituir un conocimiento.

Un caso interesante y que da lugar a fórmulas de mucha aplicación en el trabajo analítico y teórico es cuando se supone que la frecuencia de capitalización es extraordinariamente grande, tendiendo a infinito. Se dice en estos casos que se trata de un caso de capitalización continua. Supóngase que, en un banco, se deposita una cantidad de dinero o fondo, que paga interés a una tasa anual *i*. El valor C(t) de la inversión en cualquier instante t depende de la frecuencia con la que se componga el interés, así como de la tasa de éste. Las instituciones financieras tienen varias políticas sobre la composición: en algunas se compone mensualmente; en otras, semanalmente, y en otras, incluso diariamente. Si se supone que la composición se lleva a cabo continuamente, entonces es posible plantear un problema sencillo con valor inicial que describa el crecimiento de la inversión.

La razón de cambio del valor de la inversión es $\frac{dC}{dt}$, y esta cantidad es igual a la rapidez con la que se acumula el interés, que es la tasa de interés multiplicada por el valor actual de la inversión C(t). Por tanto,

$$\frac{dC}{dt} = iC \qquad (1)$$

es el modelo matemático o la ecuación diferencial que rige el proceso. Supóngase que también se conoce el valor de la inversión en algún instante particular, por ejemplo,

$$C(0)=C_o . \qquad (2)$$

Entonces, la solución del problema (1) con valor inicial (2), da el balance C(t) de la cuenta en cualquier instante t. Este problema con valor inicial se resuelve con facilidad. Basta escribir (1) como

$$\frac{dC}{C} = idt$$

y esto se puede resolver mediante integrales

$$\int \frac{dC}{C} = \int i dt = i \int dt$$

quedando

$$\ln|C| = it + K$$

y despejando C

$$C = e^{it+K} = e^{it} \cdot e^{K} \qquad (3)$$

pero se sabe que cuando t = 0, C = C_o, es decir C(0)=C_o, luego,

$$e^{K} = \frac{C(t)}{e^{it}} = \frac{C(0)}{e^{i\cdot 0}} = \frac{C_0}{1} = C_0$$

y sustituyendo este valor en (3), llegamos a la fórmula

$$C(t) = C_0 \cdot e^{i\cdot t} \qquad (4)$$

Por tanto, una cuenta bancaria con interés compuesto en forma continua crece exponencialmente. Así mismo, en épocas de crisis, la mayoría de los comercios y entidades financieras pactan la tasa de interés a cobrar en dos períodos: uno, relativamente corto (oscila entre 6 meses y un año) y el otro a tasa de mercado.

Compárense ahora los resultados del modelo continuo que acaba de describirse con la situación en la que la composición ocurre en forma discreta, es decir, a intervalos de tiempo finitos. Si el interés se compone una vez al año, entonces al cabo de n años,

$$C(t) = C_0 (1+i)^n .$$

Si el interés se compone dos veces al año, entonces al término de seis meses el valor de la inversión es $C_0\left(1+\frac{i}{2}\right)$, y al cabo de un año es $C_0\left(1+\frac{i}{2}\right)^2$. Entonces, después de t años se tiene

$$C(t) = C_0\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2t} .$$

En general, si el interés se compone m veces al año, entonces

$$C(t) = C_0\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mt} \qquad (5)$$

La relación entre las fórmulas (3), (4) y (5) se aclara si se recuerda de lo aprendido en Matemática I que

$$\lim_{m \to \infty} C_0 \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mt} = C_0 \cdot e^{i \cdot t}$$

En la tabla 1 se muestra el efecto de cambiar la frecuencia de composición para una tasa de interés *i* del 8%. La segunda y tercera columnas se calcularon con base en la ecuación (5) para una composición trimestral y diaria, respectivamente, y la cuarta se calculó con base en la ecuación (4) para una composición continua. Los resultados muestran que, en la mayor parte de los casos, la frecuencia de composición no tiene una importancia particular. Por ejemplo, durante un período de 10 años la diferencia entre la composición trimestral y la continua es de BsF. 17,50 por cada BsF. 1.000 invertidos, o sea, menos de BsF. 2 anuales. La diferencia sería un tanto mayor para tasas de interés más elevadas y sería menor para tasas más bajas.

Con base en el primer renglón de la tabla se ve que, para la tasa de interés de i = 8%, el rendimiento anual para una composición trimestral es de 8,24% y para una composición diaria o continua es de 8,33%. Algunos bancos anuncian un rendimiento anual incluso más alto que el que se obtiene con composición continua. Esto se logra al calcular una tasa de interés diaria con el uso de un año nominal (360 días) y luego al componer esta tasa a lo largo del año matemático (365 días). Al aplicar este método para una tasa de interés *i*, e ignorar los años bisiestos, se encuentra que

$$C(t) = C_0 \left(1 + \frac{i}{360}\right)^{365 \cdot t}. \qquad (6)$$

En la última columna de la tabla 1 se dan los resultados de la ecuación (6), para una tasa de interés de i = 8%. Obsérvese que el rendimiento anual efectivo es del 8,45%.

Tabla 1
Crecimiento del capital a una tasa de interés de *i* = 8% para varios modos de composición

Años (t)	$C(t)/C_0$			
	m = 4 (3)	m=365(3)	(4)	(6)
1	1,0824	1,0833	1,0833	1,0845
2	1,1716	1,1735	1,1735	1,1761
5	1,4859	1,4918	1,4918	1,5001
10	2,2080	2,2253	2,2255	2,2502
20	4,8754	4,9522	4,9530	5,0634
30	10,7652	11,0202	11,0232	11,3937
40	23,7699	24,5238	24,5325	25,6382

Si se vuelve ahora al caso de la composición continua, supóngase que además de la acumulación de interés pueden hacerse depósitos o retiros. Si se supone que los depósitos o retiros se efectúan con una cuota constante k, entonces la ecuación (1) se sustituye por

$$\frac{dC}{dt} = iC + k \qquad (7)$$

en donde k es positiva para los depósitos y negativa para los retiros.
La solución general de la ecuación (7) es

$$C(t) = ce^{it} - \frac{k}{i}, \qquad (8)$$

en donde c es una constante arbitraria. Para satisfacer la condición inicial (2) debe elegirse $c = C_0 + \frac{k}{i}$. Por tanto, la solución del problema (7) con valor inicial (2) es

$$C(t) = C_0 e^{i \cdot t} + \frac{k}{i}\left(e^{i \cdot t} - 1\right). \qquad (9)$$

El primer término de la expresión (9) es la parte de C(t) debida al interés pagado sobre la cantidad inicial C_0, mientras que el segundo es la parte debida a la cuota de depósito o retiro k. Lo atractivo de plantear el problema de esta manera general, sin valores específicos C_0, *i* o k, reside en la generalidad de la fórmula resultante (9) para C(t). Con esta fórmula es fácil comparar los resultados de diferentes programas de inversión o tasas de interés. Por ejemplo[3], supóngase que se apertura una cuenta individual de retiro (CIR) a la edad de 25 años, con una inversión inicial de BsF. 2 mil y que, a partir de ese momento se efectúan depósitos anuales de BsF. 2.000, de manera continua. Si se supone una tasa de interés del 8%, ¿cuál será el balance de la CIR a la edad de 65 años? Se tiene C_0 = BsF. 2.000, *i* = 8% = 0,08 y k = BsF. 2.000, y se desea determinar C(40). Con base en la ecuación (9), se tiene

$$C(40) = 2000e^{3,2} + 25000\left(e^{3,2} - 1\right) = Bs.F.49065 + BsF.588313 = BsF.637378$$

[3] A partir del 1 de enero del 2008 comenzó a circular el llamado bolívar fuerte, que sustituyó al bolívar, corriendo la coma tres dígitos a la izquierda (eliminarle tres ceros) y redondeando al céntimo más cercano. La reconversión monetaria fue publicada con rango, valor y fuerza de ley en el decreto presidencial 5.229, publicado en la gaceta oficial número 38.638. Para que la reconversión efectivamente cumpla con su objetivo de corregir el efecto acumulado de la inflación sobre el sistema monetario, el Estado implementa adicionalmente políticas tendientes a fortalecer la economía en las áreas fiscal, cambiaria, de ingresos y de precios.

Es interesante observar que la cantidad total invertida es de BsF. 82.000, de modo que la cantidad restante de BsF.555.378 resulta del interés acumulado.

Examínense ahora las hipótesis establecidas en el modelo. En primer lugar, se ha supuesto que el interés se compone continuamente y que el capital adicional se invierte continuamente. En una situación financiera real ninguna de estas hipótesis es verdadera, aunque las discrepancias no suelen ser significativas. Lo más importante es que ha supuesto que la tasa de interés *i* es fija o constante durante todo el período considerado, mientras que, de hecho, las tasas de interés fluctúan de manera considerable. Aunque es imposible predecir de modo confiable las tasas futuras de interés, puede aplicarse la expresión (9) para determinar el efecto aproximado de las proyecciones diferentes de esas tasas. También es posible considerar que *i* y k de la (7) son funciones de t, en vez de constantes; por supuesto, en ese caso la solución puede ser mucho más complicada que la ecuación (9). Así mismo, vale la pena hacer notar que el problema (7) con valor inicial (2) y la solución (9) también pueden aplicarse para analizar otras diversas situaciones financieras, incluyendo anualidades, hipotecas y préstamos para cooperativas, entre otras. Skovsmose (1999) resume:

> Hemos indicado las siguientes, como actividades incluidas en el proceso del modelaje matemático puntual, identificación de un problema, desarrollo de un sistema, matematización, algoritmación e interpretación, que incluye la puesta en práctica. (…) Es obvio que el proceso de modelaje involucra muchos bucles; pero lo más importante es que no necesariamente debe existir un orden secuencial en estas actividades.(…) Las actividades de modelaje descritas pueden verse como una especificación posible de una ruta que conduce de las abstracciones mentales a las materializadas.

Carácter multidisciplinario de la Matemática Financiera

Dado el *carácter multidisciplinario* de la Matemática Financiera la Didáctica Crítica de esa asignatura es una actividad compleja, pues, estando relacionada con diversas ciencias sociales como la contabilidad, el derecho, la economía, la ciencia política, la sociología y las finanzas, y apoyada en la ingeniería y en la informática debe asumir también los cinco pasos propuestos por Carr y Kemmis (1988). Ambos conjuntos, transformados en actividades docentes deben reflejarse en la planificación curricular de la asignatura que se dicta en la ENAHP.

La Matemática Financiera es una derivación de la Matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión. Llamada también análisis de inversiones, administración de inversiones o ingeniería económica. Se relaciona multidisciplinariamente, con la contabilidad, por cuanto suministra en momentos precisos o determinados, información razonada, en base a registros técnicos de las operaciones realizadas por un ente privado o publico, que permiten tomar la decisión más acertada en el momento de realizar una inversión; con el derecho, por cuanto las leyes regulan las ventas, los instrumentos financieros, transportes terrestres y marítimos, seguros, corretaje, garantías y embarque de mercancías, la propiedad de los bienes, la forma en que se pueden adquirir, los contratos de compra venta, hipotecas y préstamos a interés; con la economía, por cuanto brinda la posibilidad de determinar los mercados en los cuales un negocio o empresa, podrían obtener mayores beneficios económicos; con la ciencia política, por cuanto ella estudia y resuelve problemas económicos que tienen que ver con la sociedad, donde existen empresas e instituciones en manos del estado. La Matemática Financiera auxilia a esta disciplina en la toma de decisiones en cuento a inversiones, presupuestos, ajustes económicos y negociaciones que beneficien a toda la población; con la ingeniería, que controla costos de producción en el proceso fabril, en el cual influye de una manera directa la determinación del costo y depreciación de los equipos industriales de producción; con la informática, que permite optimizar procedimientos manuales relacionados con movimientos económicos, inversiones y negociaciones; con la sociología, la matemática financiera trabaja con inversiones y proporciona a la sociología las herramientas necesarias para que las empresas produzcan más y mejores beneficios económicos que permitan una mejor calidad de vida de la sociedad y con las finanzas, disciplina que trabaja con activos financieros o títulos valores e incluyen bonos, acciones y prestamos otorgados por instituciones financieras, que forman parte de los elementos fundamentales de la Matemáticas Financiera. Por ello, esta disciplina es eminentemente práctica, su estudio está íntimamente ligado a la resolución de problemas.

Valores y antivalores

La esencia de la educación, para Schumacher (1983; 84), “es la transmisión de valores, pero los valores no nos ayudan a elegir nuestro camino en la vida salvo que ellos hayan llegado a ser parte nuestra, una parte por así decirlo de nuestra conformación mental”. Así como hay una escala de valores morales también la hay de antivalores. La deshonestidad, la injusticia, la intransigencia, la intolerancia, la traición, el egoísmo, la irresponsabilidad, la indiferencia, son ejemplos de antivalores que rigen la conducta de las personas inmorales. Una persona inmoral, o persona sin escrúpulos, es aquella que se coloca frente a la tabla de los valores en actitud negativa, para rechazarlos o violarlos. Suele ser fría, calculadora e insensible al entorno social.

El camino de los antivalores es a todas luces equivocado porque no solo nos deshumaniza y nos degrada, sino que nos hace merecedores del desprecio, la desconfianza y el rechazo por parte de nuestros semejantes, cuando no del castigo por parte de la sociedad. Escribir sobre los valores que son transmitidos a los alumnos remite a escribir sobre los antivalores. En la usura subyacen la deshonestidad, la injusticia y la indiferencia, es un tema que tiene particular importancia durante el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza de la asignatura Matemática Financiera y el cual puede fungir de unidad generadora de aprendizaje. El autor sugiere a los docentes recomendar a sus estudiantes bibliografía que aborde la usura, por ejemplo, Dostoievsky (1968), Dante Aliguieri (1978), Moliere (1940), Santo Tomás de Aquino (2003), etc. así como leer documentos hemerográficos que versen sobre políticas crediticias neoliberales como los créditos indexados o mexicanos, y de la modalidad cuota balón que se implementó en Venezuela en la última década del Siglo XX.

A manera de conclusión

El autor aspira que los resultados de su estudio contribuyan a fortalecer los resultados de la investigación y la práctica educativa sobre el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática Financiera, y para ello se propone la Didáctica Crítica de esta asignatura. Aspira a que se tome en cuenta los supuestos básicos, las metas y objetivos de la Educación Matemática y el marco de conocimientos donde tiene lugar el aprendizaje y la enseñanza. En suma el autor en concordancia con el Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (Gidem), al cual pertenece, junto a los profesores que forman parte de la investigación asuman la Educación Matemática desde una perspectiva crítica y política de las relaciones sociales, económicas y culturales en general.

Referencias

Becerra Rosa. (2005). La educación matemática crítica-orígenes y perspectivas. En Mora, David (Coordinador*). Didáctica crítica, Educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina*. La Paz, Bolivia: Campo Iris.

Carr Wilfred y Kemmis Stephen. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación- acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca.

Cissell Robert, Cissell Helen y Flaspohler David C. (1999). *Matemáticas Financieras*. Segunda edición. México, México: CECSA.

Dante Aliguieri. (1978). *La divina comedia*. Duodécima edición. Traducción de Cayetano Rosell. México, México: Grolier Internacional y Editorial Cumbre.

De Aquino Tomás. (2003). *Suma teológica*. Barcelona, España: Instituto Santo Tomás de Balmesiana.

Díaz Mata Alfredo y Aguilera Gómez Víctor Manuel. (1999). *Matemáticas Financieras*. Tercera edición. México, México: McGraw-Hill.

Dostoievsky Fiodor. (1968). *Crimen y castigo*. Traducción de J. Z. Barragán. Barcelona, España: Nauta.

Eizagirre Marlen y Zabala Nestor. (2006). Investigación-acción participativa (IAP). En Diccionario de Acción humanitaria y cooperación al desarrollo. Documento en línea http://dicc.hegoa.efaber.net/listar/mostrar/132. Consultado el miércoles 28 de marzo de 2007.

Escuela Nacional de Administración y Hacienda Pública. (2003). Pénsum 6 de la Licenciatura en Ciencias Fiscales Menciones Rentas, Finanzas Públicas y Aduanas y Comercio Exterior. Caracas, Venezuela.

Fals Borda Orlando. (1992). La situación actual y las perspectivas de la investigación-acción participativa en el mundo. En: M. Salazar (Comp.), K. Lewin, S. Tax, R. Stavenhagen, O. Fals Borda, L. Zamosa, S. Kemmis y A. Rahman, *La investigación participativa*. Inicios y desarrollos, (pp. 205-223). Colombia.

Freire Paulo. (1970). *Pedagogía del oprimido.* México, México: Siglo XXI.

Freire Paulo. (1981). *Der Lehrer ist Politiker und Künstler. Neue Texte zur befreienden Bildungsarbeit.* (Los docentes como políticos y como artistas . Nuevos textos para la formación individual) Hamburgo, Alemania: Rowohlt.

Freire Paulo. (1990). *La naturaleza política de la educación*. Barcelona, España: Paidós.

Freire Paulo. (1996). *Política y educación.* México, México: Siglo XXI.

Gall Meredith, Borg, Walter y Gall Joyce. (1996). *Educational Research, an Introduction* (sexta edición). Nueva York: Longman Publishers.

Geertz Clifford. (1973). The interpretación of cultures: Selected essays. Nueva York: Basic Books.

Guzmán, G., A. Alonso, Y. Pouliquen y E. Sevilla. (1994), *Las metodologías participativas de investigación: el aporte al desarrollo local endógeno*. Instituto de Sociología y Estudios Campesinos, ETSIAM, Córdoba.

Hernández Hernández Abraham. (1998*). Matemáticas Financieras Teoría y Práctica*, Cuarta edición. México, México: Ediciones Contables, Administrativas y Fiscales.

Jaguán Abraham. (1998). *Matemáticas Financieras*. Gráficas Monfort. Caracas, Venezuela.

Klafki Wolfgang. (1986). *Los fundamentos de una Didáctica critico-constructiva*. Revista de Educación. Nº 280. [37-79].

Klafki Wolfgang. (1990). *Sobre la relación entre didáctica y metódica*.En: Revista Educación y Pedagogía. Vol. 2. Nº 5. Octubre de 1990-enero de 1991. [85-108]. Medellín, Colombia: Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Marx Karl. (1975). *El capital.* Madrid, España: Siglo XXI.

Matus Carlos. (1984). *Estrategia y plan*. México, México: Siglo XXI.

Mehl Lucien. (1964). *Elementos de Ciencia Fiscal*. Barcelona, España: Bosch.

Mellin-Olsen Stieg. (1987). Politics in mathematics education. Dordrecht, Holanda: D. Reidel Publishing Company.

Moliere. (1940). El avaro. Buenos Aires, Argentina: Sopena.

Mora David. (2005). Didáctica crítica y educación crítica de las matemáticas. En Mora, David (Coordinador). Didáctica crítica, Educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina. La Paz, Bolivia: Campo Iris.

Motoyuki Yasakawa Alberto. (2000). Matemáticas Financieras. Córdoba, Argentina: Despeignes.

Portus Govinden Lincoyán. (1998). Matemáticas Financieras. Cuarta edición. México, México: McGraw-Hill.

Redondo Ángel. (1982). Curso práctico de Matemáticas Financieras. Caracas, Venezuela: Centro Contable.

Ricardo David. (1959). Principios de economía política y tributación. México, México: Fondo de Cultura Económica.

Rodríguez Rojo Martín. (1997). Hacia una didáctica crítica. Madrid, España: La Muralla.

Schaller Klaus. (1986) ¿Está llegando al final de su época la ciencia crítica de la educación? Revista de educación. Nº 280. [17-36]

Schumacher Ernst Friedrich. (1983). Lo pequeño es hermoso. Traducción de Oscar Margenet. Barcelona, España: Orbis.

Skovsmose Ole. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Bogotá, Colombia: Una Empresa Docente.

Stake Robert. E. (1995). The art of case study research. Thousand Oaks, C.A.: Sage.

Varsavsky Oscar. (1968). El colonialismo en las ciencias naturales. Caracas, Venezuela: Universidad Central de Venezuela.

Valero Paola. (2007). Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. Aalborg, Dinamarca: Universidad de Aalborg.

Autor

Alí Ramón Rojas Olaya

Escritor y profesor universitario venezolano. Doctor en Ciencias de la Educación (PhD) de la Universidad Libre de Berlín (2011) y Licenciado en Educación Matemática de la UCV (2002). Coordinador Nacional del Programa Nacional de Formación de Educadores de la UBV (2012). Miembro del Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (Gidem). Autor de los libros: “Matemática y realidad: estrategias para docentes de educación básica” (2009), “Currículo de la indignación y la ley del desagravio” (2009), “La Pedagogía del Adobe” (2010) y “Letras para la conciencia. Alfabetización y Postalfabetización” (2010), entre otros.