

## FORMULACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA OPTIMIZAR EL TIEMPO DE PRODUCCIÓN EN UNA PLANTA EXTRUSORAS DE TUBOS

Krastek Robert<sup>1</sup> Ramos Saibel<sup>1</sup> Duarte Ángel<sup>2</sup>

(Recibido octubre 2011, Aceptado febrero 2012)

<sup>1</sup>Área de Ingeniería, Universidad Nacional Abierta, Centro Local Portuguesa, Venezuela,

<sup>2</sup>Centro de Ingeniería de Fabricación, UNEXPO, Vicerrectorado Puerto Ordaz, Venezuela.

rkrastek@una.edu.ve, sairamos@una.edu.ve, angelduarte1@gmail.com

**Resumen:** Los modelos constituyen una herramienta muy importante en el área de ingeniería, ya que estos simplifican las operaciones de un determinado problema, por ejemplo a través de la representación matemática de un sistema de producción, sirviéndonos de apoyo en la toma de decisiones en las organizaciones de mediana y gran complejidad. Por esta razón, esta investigación consistió en la formulación de un modelo matemático para optimizar el tiempo de producción en una planta extrusora de tubos. Se utilizó la metodología de la Investigación de Operaciones a través de las siguientes fases: 1) identificación de la problemática, 2) construcción y formulación del modelo matemático de programación lineal, 3) validación del modelo y 4) la implantación del modelo matemático. El modelo matemático planteado tomó en cuenta las siguientes variables: los tiempos de producción por especificaciones de cada tipo de tubo y extrusora e igualmente las capacidades semanales de producción por cada extrusora en unidades producidas. En este artículo se presenta los resultados obtenidos con la ejecución de los dos primeros pasos de la metodología señalada, en donde se puede ver que el modelo matemático formulado tuvo la capacidad de manejar un número alto de variables de decisión, como una representación óptima del proceso de fabricación de tubos de Policloruro de Vinilo o PVC a través de la minimización de los tiempos de producción.

**Palabras clave:** Modelo matemático/Optimización/Producción/Extrusión de tubos

## FORMULATION OF A MATHEMATICAL MODEL TO OPTIMIZE THE TIME OF PRODUCTION IN A PLANT EXTRUSORAS OF PIPES

**Abstract:** Models constitute a very important tool in the engineering area, since these simplify the operations of a determined problem, for example through the mathematical representation of a system of production, suiting our purposes of support in the decision making in the organizations of median and great complexity. For this reason, this investigation consisted in the formulation of a mathematical model to optimize the time of production in a plant extruder of pipes. The methodology of the Operations Research through the following phases was used: 1) identification of the problems, 2) construction and formulation of the mathematical model of linear programming, 3) validation of the model and 4) the implantation of the mathematical model. The put forward mathematical model took the following variables into account: The times of production for specifications of every type of tube and extruder and equally the weekly capacities of production for each extruder in units produced. In this article results once the two first passages of the methodology indicated, where it can be seen that the formulated mathematical model had the capacity of managing a high number of variables of decision, like an optimal representation of the manufacturing process of pipes of Polyvinyl Chloride were gotten from with the execution or PVC through the minimization of the times of production are presented.

**Keywords:** Mathematical model/Optimization/ Production/Extrusion of pipes

### I. INTRODUCCIÓN

Los modelos o representaciones idealizadas, juegan un papel muy importante en la ciencia y la tecnología, como ejemplo tenemos: los modelos del átomo y de la estructura genética; las ecuaciones matemáticas que describen las leyes físicas del movimiento y las reacciones químicas; las gráficas utilizadas para la representación de

la información; los organigramas y los sistemas contables en la industria, entre otros. Esos modelos son invaluable, ya que extraen la esencia de la materia de estudio, muestran sus interrelaciones y facilitan su análisis. Por otro lado, la Extrusión es un proceso de fabricación importante para la industria, mediante ella se obtienen productos que son de gran utilidad, entre los cuales se

destacan las tuberías de Policloruro de Vinilo o PVC. Teniendo en cuenta este contexto, la temática de esta investigación gira en torno a la aplicación de técnicas de ingeniería y de optimización en la formulación de un modelo matemático, el mismo representa el proceso de asignación de recursos al momento de ejecutar las órdenes de producción en una Planta Extrusora de tubos PVC.

Este estudio se justifica por el hecho de que los sistemas de producción siempre pueden ser optimizados, incidiendo positivamente en el rendimiento de la fabricación de los productos. Bajo estas premisas, se requiere de herramientas adecuadas para pronosticar comportamientos en estos sistemas que ayuden a tomar decisiones bajo un ambiente de incertidumbre, igualmente que contribuyan a mejorar un proceso de planificación de la producción [1], he aquí la importancia de la utilización de los modelos, ya que a través de ellos podemos representar de una manera más sencilla la realidad bajo estudio.

En la industria se ha venido utilizando la Investigación de Operaciones o Investigación Operativa (de aquí en adelante se abreviará como IO) para la optimización de los sistemas de producción, cuyos pasos metodológicos orientaron esta investigación y los cuales consisten en: 1) identificación de la problemática, 2) construcción y formulación del modelo matemático de programación lineal, 3) validación del modelo y, 4) la implantación del modelo matemático [2]. En este artículo se presentan los resultados de los dos primeros pasos de esta metodología para optimizar el proceso de producción de una Planta Extrusora de tubos PVC.

**II. DESARROLLO**

La planta industrial donde se realizó esta investigación fabrica tuberías para agua a presión, aguas servidas y tuberías de electricidad (Conduit), con diferentes especificaciones de longitud, diámetro y espesor, utilizando para ello 14 líneas de producción (máquinas extrusoras), las cuales tienen individualmente su propia operatividad en cuanto a tiempos y capacidades de producción, parámetros de temperaturas, entre otros.

**1. Identificación de la problemática**

Como paso inicial de esta investigación, se abordó el análisis del proceso de fabricación de tubos en una Planta caso estudio, lográndose detectar los parámetros implicados: tiempo de producción por cada Extrusora, capacidad operativa de cada una de ellas y los tipos de tubos de diferentes especificaciones demandados en la semana. Por otra parte, se detectó que el proceso de producción en esta Planta se ejecuta respondiendo a unas órdenes de producción que especifican las Extrusoras a utilizar y las especificaciones de tubos que fabricaran cada una de ellas (ver tabla IX); en este caso el jefe de Planta de Extrusión recibe semanalmente un plan de producción (que es elaborado en otro departamento de la organización) el cual detalla por cada producto, el número

de la Extrusora que debe utilizarse para fabricarlo, sin especificar la cantidad a producir, y sin tener en cuenta las capacidades reales de cada Extrusora. Asimismo, se pudo determinar que ante esta situación, el jefe de Planta de Extrusión generalmente basado en su experiencia y sin apearse a lo especificado en el plan, decide qué Extrusora asignar para la fabricación de un determinado producto, pero esta decisión no siempre es la más conveniente por la cantidad de variables involucradas en el proceso. Tal situación coloca al Jefe de Planta en un escenario decisorio incierto, el cual tiene que responder a lo especificado en las órdenes, ajustando lo indicado en ellas a la operatividad de las Extrusoras.

**2. Construcción y formulación del modelo matemático de programación lineal**

La propuesta de solución a la problemática planteada anteriormente consistió en la formulación de un modelo matemático con la aplicación de técnicas de programación lineal [3], mediante el cual se lograra ajustar las órdenes de producción a la operatividad real de la Planta y así optimizar los tiempos de producción.

Para la formulación del modelo matemático se requirió conocer la siguiente información: cantidad de líneas de Extrusoras, tiempos y capacidades de producción de Extrusoras y demanda de los productos. Una vez conocido estos datos y en base a la información de las planillas “Relación de Producción y Cantidad de Material Utilizado” (Anexo A) y “Orden de Producción” (ver Tabla IX), se procedió a tabular los tiempos de producción (Tablas I, II, III y IV) y las capacidades de producción (Tablas V, VI, VII y VIII) para formular el modelo matemático.

La Tabla I muestra las siete especificaciones existentes para tubos de Electricidad Conduit de 3 m., para cada especificación se indica una medida de diámetro y espesor, además el tiempo en segundos que tardan las Extrusoras indicadas en fabricarlo.

**Tabla I. Tiempos de producción en segundos para Tubos de Electricidad Conduit de 3 metros**

No	Especificaciones de tubos	Extrusora 01 (tiempos de producción)	Extrusora 03 (tiempos de producción)	Extrusora 08 (tiempos de producción)
1	½" x 1.2	0.23	0.23	
2	¾" x 1.2	0.24	0.26	
3	1" x 1.2	0.30	0.33	
4	1 ½" x 1.2	0.44	0.40	
5	2" x 1.2	1.12	0.45	
6	3" x 1.5			0.37
7	4" x 1.5			0.53

La Tabla II muestra las ocho especificaciones existentes para tubos de Aguas a Presión de 6 m., para cada especificación se indica una medida de diámetro y espesor, además el tiempo en segundos que tardan las Extrusoras indicadas en fabricarlo.

La Tabla III muestra las nueve especificaciones existentes para tubos de Aguas Servidas de 6 m. Para cada especificación se indica una medida de diámetro y espesor, además el tiempo en segundos que tardan las Extrusoras indicadas en fabricarlo.

**Tabla II. Tiempos de producción en segundos para Tubos Aguas a Presión de 6 metros**

No	Especificaciones de tubos	Extrusora 05 (tiempos de producción)	Extrusora 07 (tiempos de producción)	Extrusora 11 (tiempos de producción)	Extrusora 12 (tiempos de producción)	Extrusora 14 (tiempos de producción)
1	½" x 4.0		1.27		1.27	
2	¾" x 4.2			1.55		
3	1" x 4.9	2.21	2.46			
4	1 ½" x 5.5					2.57
5	2" x 6.0					3.27
6	2 ½" x 7.43					4.05
7	3" x 8.08					9.00
8	4" x 9.07					13.13

**Tabla III. Tiempos de producción en segundos para Tubos Aguas Servidas de 6 metros**

No	Especificaciones de tubos	Extrusora 05 (tiempos de producción)	Extrusora 07 (tiempos de producción)	Extrusora 08 (tiempos de producción)	Extrusora 09 (tiempos de producción)	Extrusora 10 (tiempos de producción)	Extrusora 14 (tiempos de producción)
1	2" x 1.8	0.38		0.38			
2	2" x 3.2	1.15	1.20		1.00		
3	3" x 1.8			0.47	0.47		
4	3" x 3.2			1.12			
5	4" x 1.8				1.04	1.04	
6	4" x 2.2			1.10		1.10	
7	4" x 3.2			2.03	1.53	2.22	
8	6" x 2.6						2.23
9	6" x 3.3						2.00

La Tabla IV muestra la única especificación existente para tubos de Canalón de 3 m., para esta especificación no se

**Tabla IV. Tiempos de producción en segundos para Canalón de 3 metros**

No	Especificaciones	Extrusora 13 (tiempos de producción)
1	No tiene	2.24

indica medida de diámetro y espesor, pero sí el tiempo en segundos que tarda la Extrusora en fabricarlo.

La Tabla V muestra las siete especificaciones existentes para tubos de Electricidad Conduit de 3 m., para cada especificación se indica una medida de diámetro y espesor, además la capacidad de producción diaria por Extrusora.

**Tabla V. Unidades producidas diarias para Tubos de Electricidad Conduit de 3 metros**

No	Especificaciones de tubos	Extrusora 01 (unidades producidas)	Extrusora 03 (unidades producidas)	Extrusora 08 (unidades producidas)
1	½" x 1.2	3756	3756	
2	¾" x 1.2	3600	3324	
3	1" x 1.2	2880	2616	
4	1 ½" x 1.2	1968	2160	
5	2" x 1.2	1200	1920	
6	3" x 1.5			2340
7	4" x 1.5			1632

La Tabla VI muestra las ocho especificaciones existentes para tubos de Aguas a Presión de 6 m., para cada especificación se indica una medida de diámetro y espesor, además la capacidad de producción diaria por Extrusora.

La Tabla VII muestra las nueve especificaciones existentes para tubos de Aguas Servidas de 6 m., para cada especificación se indica una medida de diámetro y espesor, además la capacidad de producción diaria por Extrusora.

**Tabla VI. Unidades producidas diarias para Tubos Aguas a Presión de 6 metros**

No	Especificaciones de tubos	Extrusora 05 (unidades producidas)	Extrusora 07 (unidades producidas)	Extrusora 11 (unidades Producidas)	Extrusora 12 (unidades producidas)	Extrusora 14 (unidades producidas)
1	½" x 4.0		996		996	
2	¾" x 4.2			756		
3	1" x 4.9	612	516			
4	1 ½" x 5.5					492
5	2" x 6.0					420
6	2 ½" x 7.43					348
7	3" x 8.08					156
8	4" x 9.07					108

**Tabla VII. Unidades producidas diarias para Tubos Aguas Servidas de 6 metros**

No	Especificaciones de tubos	Extrusora 05 (unidades producidas)	Extrusora 07 (unidades producidas)	Extrusora 08 (unidades producidas)	Extrusora 09 (unidades producidas)	Extrusora 10 (unidades producidas)	Extrusora 14 (unidades producidas)
1	2" x 1.8	2268		2268			
2	2" x 3.2	1152	1080		1440		
3	3" x 1.8			1836	1836		
4	3" x 3.2			1200			
5	4" x 1.8				1344	1344	
6	4" x 2.2			1236		1236	
7	4" x 3.2			696	768	600	
8	6" x 2.6						600
9	6" x 3.3						720

La Tabla VIII muestra la única especificación existente para tubos de Canalón de 3 m., para esta especificación no se indica medida de diámetro y espesor, pero sí la capacidad de producción diaria de la Extrusora en fabricarlo.

**Tabla VIII. Unidades producidas diarias para Canalón de 3 metros**

No	Especificaciones	Extrusoras 13 (unidades producidas)
1	No tiene	600

Se consideró que para una semana particular la Orden de Producción fue la indicada en la siguiente tabla:

**Tabla IX. Orden de Producción Semanal**

Línea de producción	Orden de Producción
1	Tubo para electricidad Conduit 2"
8	Canalización 4"
10	Tubo de Aguas Servidas 4"x1.8
11	Tubo de Aguas a Presión 1"
12	Tubo de Aguas a Presión 1/2"
13	Canalón
14	Tubo de Aguas a Presión 2"

La Orden de Producción Semanal de la Tabla IX, es emitida por una unidad externa a la Planta de Extrusión y en ella no se especifica la cantidad de tubos a producir. El Ingeniero de Planta tiene que ajustar el Plan de Producción de acuerdo a los parámetros de cada Extrusora (línea de producción) emitido en una hoja de control llamada "Relación de Producción y Cantidad de Material Utilizado" (Anexo A). Según datos tomados en Planta se labora 115 horas semanales.

En base al problema y a la propuesta de solución, se formuló el modelo matemático con el propósito de minimizar los tiempos de producción para cumplir en menor tiempo las órdenes de producción y así optimizar esta actividad. La función objetivo quedó definida por la minimización de los tiempos de producción por especificaciones de productos [4].

Las restricciones que se identificaron fueron las capacidades, demanda y tiempos de producción semanal de las extrusoras, estos datos fueron suministrados en la

planilla "Relación de Producción y Cantidad de Material Utilizado" y en la planilla "Orden de Producción".

Para definir las variables de decisión, se debe tener en cuenta la producción de cada especificación de producto (i) utilizando cada extrusora (j), por lo tanto, las variables quedaron definidas de la siguiente manera:

$x_{ij}$ : **el número de unidades producidas por cada especificación del producto (i) utilizando la extrusora (j).**

Sea el conjunto  $I = \{A, \dots, Y\}$  donde:  $I' \in I$

$I'$  = "conjunto de índices asociado a las especificaciones requeridas según orden de producción"

$$i \in I'$$

$i$  = especificaciones, donde  $i$  varía de A a Y

Con las siguientes especificaciones:

- A: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 1/2" de 1.2 mm
- B: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 1/2" de 4.0 mm
- C: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 3/4" de 1.2 mm
- D: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 3/4" de 4.2 mm
- E: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 1" de 1.2 mm
- F: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 1" de 4.9 mm
- G: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 1 1/2" de 1.2 mm
- H: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 1 1/2" de 5.5 mm
- I: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 2" de 1.2 mm
- J: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 2" de 1.8 mm
- K: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 2" de 3.2 mm
- L: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 2" de 6.0 mm
- M: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 2" 1/2' de 7.43 mm
- N: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 3" de 1.5 mm
- O: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 3" de 1.8 mm
- P: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 3" de 3.2 mm
- Q: Tubo de Aguas a Presión de 6 m de 3" de 8.08 mm
- R: Tubo de electricidad Conduit de 3 m de 4" de 1.5 mm
- S: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 4" de 1.8 mm
- T: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 4" de 2.2 mm
- U: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 4" de 3.2 mm
- V: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 4" de 9.07 mm
- W: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 6" de 2.6 mm
- X: Tubo de Aguas Servidas de 6 m de 6" de 3.3 mm
- Y: Canalón de 3 m

Sea el conjunto  $J = \{1, \dots, 14\}$  donde:  $J' \in J$

$J'$  = "conjunto de índices asociado a las Extrusoras requeridas según orden de producción"

$$j \in J'$$

$j$  = Extrusoras, donde  $j$  varía de 1 a 14

- 1: Extrusora 01, 3: Extrusora 03, 5: Extrusora 05,
- 7: Extrusora 07, 8: Extrusora 08, 9: Extrusora 09,
- 10: Extrusora 10, 11: Extrusora 11, 12: Extrusora 12,
- 13: Extrusora 13, 14: Extrusora 14.

Se definió como función objetivo del modelo, minimizar el tiempo global de producción dado por la sumatoria de los tiempos de producción por las cantidades de de cada especificación de producto (*i*) utilizando cada extrusora (*j*) dadas en el Orden de Producción, de esta manera la función objetivo quedó definida en la ec. (1) como:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=A}^Y \sum_{j=1}^{14} t_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Donde (*t<sub>ij</sub>*) son los tiempos para la producción de cada especificación de producto (*i*) utilizando la extrusora (*j*)

$x_{A1} \leq 17.998$	$x_{C1} \leq 17.250$	$x_{E1} \leq 13.800$	$x_{G1} \leq 9.430$	$x_{I1} \leq 5.750$
$x_{A3} \leq 17.998$	$x_{C3} \leq 15.928$	$x_{E3} \leq 12.535$	$x_{G3} \leq 10.350$	$x_{I3} \leq 9.200$
$x_{F5} \leq 2.933$	$x_{J5} \leq 10.868$	$x_{K5} \leq 5.520$	$x_{B7} \leq 4.773$	$x_{F7} \leq 2.473$
$x_{K7} \leq 5.175$	$x_{J8} \leq 10.868$	$x_{R8} \leq 7.820$	$x_{N8} \leq 11.213$	$x_{O8} \leq 8.798$
$x_{P8} \leq 5.750$	$x_{T8} \leq 5.923$	$x_{U8} \leq 3.335$	$x_{K9} \leq 6.900$	$x_{O9} \leq 6.798$
$x_{S9} \leq 6.440$	$x_{U9} \leq 3.680$	$x_{S10} \leq 6.440$	$x_{T10} \leq 5.923$	$x_{U10} \leq 2.875$
$x_{D11} \leq 3.623$	$x_{B12} \leq 4.773$	$x_{Y13} \leq 2.875$	$x_{H14} \leq 2.358$	$x_{L14} \leq 2.013$
$x_{M14} \leq 1.668$	$x_{Q14} \leq 748$	$x_{V14} \leq 518$	$x_{W14} \leq 2.875$	$x_{X14} \leq 3.450$

Donde (*p<sub>i</sub>*) representa la capacidad de producción de las Extrusoras por cada especificación de producto.

**b) Restricciones de Demanda de Producción:** Son las que permiten relacionar la demanda de producción para elaborar cada especificación del producto (*i*) utilizando la extrusora (*j*): (expresadas en semanas). Estas restricciones se obtuvieron relacionando cada especificación de tubo con las extrusoras que lo produce; por lo que al producirse la sumatoria de las variables las mismas tienen que ser mayores o iguales a la demanda del producto.

Donde (*d<sub>i</sub>*) representa la demanda de producción semanal por cada especificación.

**b.1) Para Tubo de electricidad Conduit:**

$$\begin{aligned} x_{A1} + x_{A3} &\geq d_A & x_{C1} + x_{C3} &\geq d_C & x_{R8} &\geq d_R \\ x_{E1} + x_{E3} &\geq d_E & x_{G1} + x_{G3} &\geq d_G & x_{N8} &\geq d_N \\ x_{I1} + x_{I3} &\geq d_I \end{aligned}$$

**b.2) Para Tubo de Aguas a Presión:**

$$\begin{aligned} x_{B7} + x_{B12} &\geq d_B & x_{H14} &\geq d_H & x_{Q14} &\geq d_Q \\ x_{F5} + x_{F7} &\geq d_F & x_{M14} &\geq d_M & x_{V14} &\geq d_V \\ & & x_{D11} &\geq d_D & x_{P8} &\geq d_P \end{aligned}$$

expresados en minutos.

**Definición de las restricciones:**

**a) Restricciones de Capacidades de Producción:** Son las que permiten relacionar la capacidad de producción para elaborar cada especificación de producto (*i*) utilizando la extrusora (*j*), por lo que se consideran las siguientes capacidades semanales (ver "Relación de Producción y Cantidad de Material Utilizado" en el Anexo A):

**b.3) Para Tubo de Aguas Servidas:**

$$\begin{aligned} x_{J5} + x_{J8} &\geq d_J & x_{L14} &\geq d_L & x_{U8} + x_{U9} + x_{U10} &\geq d_U \\ x_{T8} + x_{T10} &\geq d_T & x_{W14} &\geq d_W & x_{K5} + x_{K7} + x_{K9} &\geq d_K \\ x_{S9} + x_{S10} &\geq d_S & x_{X14} &\geq d_X \end{aligned}$$

**b.4) Para Canalón:**

$$x_{Y13} \geq d_Y$$

**c) Tiempos mínimos de utilización de las extrusoras:**

son los tiempos semanales para producir cada especificación de producto (*i*) utilizando la extrusora (*j*). Se tiene en cuenta los tiempos de producción dados en las Tablas I, II, III y IV; posteriormente a estos valores, se realizó la transformación a minutos semanales. Los tiempos de producción no deben exceder a 115 horas semanales o lo que es lo mismo 6900 minutos semanales de labor de la Planta de Extrusión. Las restricciones de este tipo fueron las siguientes:

$$\begin{array}{l}
 0.38x_{A1} \leq 6900 \quad 0.004x_{C1} \leq 6900 \quad 0.005x_{E1} \leq 6900 \quad 0.007x_{G1} \leq 6900 \quad 1.2x_{I1} \leq 6900 \\
 0.38x_{A3} \leq 6900 \quad 0.004x_{C3} \leq 6900 \quad 0.005x_{E3} \leq 6900 \quad 0.007x_{I3} \leq 6900 \quad 0.006x_{G3} \leq 6900 \\
 2.35x_{F5} \leq 6900 \quad 0.633x_{J5} \leq 6900 \quad 1.25x_{K5} \leq 6900 \quad 1.45x_{B7} \leq 6.900 \quad 1.333x_{K7} \leq 6900 \\
 2.766x_{F7} \leq 6900 \quad 0.006x_{N8} \leq 6900 \quad 0.008x_{R8} \leq 6900 \quad 0.783x_{O8} \leq 6900 \quad 0.633x_{J8} \leq 6900 \\
 1.2x_{P8} \leq 6900 \quad 2.05x_{U8} \leq 6900 \quad 1.166x_{T8} \leq 6900 \quad 1x_{K9} \leq 6900 \quad 0.783x_{O9} \leq 6798 \\
 1.066x_{S9} \leq 6900 \quad 1.883x_{U9} \leq 6900 \quad 1.066x_{S10} \leq 6900 \quad 1.166x_{T10} \leq 6900 \quad 2.366x_{U10} \leq 6900 \\
 1.916x_{D11} \leq 6900 \quad 1.45x_{B12} \leq 6900 \quad 2.4x_{Y13} \leq 6900 \quad 2.95x_{H14} \leq 6900 \quad 3.45x_{L14} \leq 6900 \\
 4.008x_{M14} \leq 6900 \quad 9x_{Q14} \leq 6900 \quad 13.216x_{V14} \leq 6900 \quad 2.383x_{W14} \leq 6900 \quad 2x_{X14} \leq 6900
 \end{array}$$

La formulación general del modelo matemático quedó diseñada en base al modelo conceptual de la programación lineal, este modelo significa el ajuste del plan de producción, representando la optimización del tiempo de producción con las restricciones de capacidades, demanda y tiempos de producción de las Extrusoras. A continuación se muestra el modelo dado en la ec. (2):

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i \in I'} \sum_{j \in J'} t_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

$$\text{Sujeto a: } x_{ij} \leq p_i$$

para todo  $i \in I'$ , para todo  $j \in J'$

$$\sum_{j \in J'} x_{ij} \geq d_i$$

para todo  $i \in I'$ , para todo  $j \in J'$

$$t_{ij} x_{ij} \leq 6900$$

para todo  $i \in I'$ , para todo  $j \in J'$

Donde  $p_i$  es la capacidad de producción de las extrusoras.

$d_i$  es la demanda semanal por especificación y extrusoras.

$t_{ij}$  son los tiempos de producción.

### III. CONCLUSIONES

1. Una vez aplicados los dos primeros pasos de la metodología IO al caso de estudio de esta

investigación, se llegaron a las conclusiones siguientes:

2. Es de gran importancia la formulación de un modelo matemático para resolver problemas en organizaciones que manejan información de mediana y gran complejidad, como lo es una Planta Extrusora de tubos PVC, ya que este modelo puede constituirse en una herramienta poderosa para la toma de decisiones que involucra un número considerable de variables de decisión contempladas en el proceso de extrusión de este tipo de tubos, que de una manera manual podría ser muy difícil de calcular y con un alto grado de incertidumbre.
3. De igual forma este modelo puede manejar un conjunto de restricciones representado por aquellos recursos que se agotan, que de no utilizarse de una manera óptima, podía incidir negativamente en los resultados de la producción.
4. El estudio se basó en las dos primeras fases metodológicas de la IO, por esta razón, se pudo obtener la identificación del problema, la construcción y la formulación del modelo matemático el cual representó a través de variables de decisión el comportamiento general del sistema de la Planta de Extrusión.
5. La formulación del modelo matemático fue diseñado utilizando la técnica de programación lineal, el cual describió de una manera natural el modelo a través de una función objetivo y un conjunto de restricciones, facilitando así la identificación de las variables de decisión involucradas en el problema.

### IV. REFERENCIAS

1. Segovia D. y Mejía M. (2009). "Desarrollo de un modelo de optimización de los procesos productivos de un laboratorio farmacéutico aplicando

- programación lineal entera mixta con múltiples objetivos”. Revista Científica: Sistema e Informática. Facultad de Ingeniería Industrial. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú Volumen 12, Pág. 55-61.
- Hillier y Lieberman (2002) “Investigación de Operaciones”. Séptima edición. McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A.
  - Taha, H. (2004). “Investigación de Operaciones”. Séptima edición. Editorial Guillermo Trujado Mendoza, México D.F.
  - Robles O. y Vázquez R. (2008). “Un modelo de Programación No Lineal para la planeación de la producción de Gas y Petróleo”. Revista Científica: Información Tecnológica. Volumen 19, Pág. 25-32.
  - Muñoz, V. (2008) “Optimización de la Producción en una Terminal Marítima de Contenedores”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña.
  - Krastek, R. (2006). “Sistema Automatizado de Control de la Producción en la Empresa Uraplast C.A.” Proyecto de Grado en Ingeniería de Sistemas. Universidad Nacional Abierta. Venezuela

**ANEXO A**

EXT. N° 01. MARCA: BAUSANO M2 46. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 46. SEGÚN FAB. PROD.: 20 -50 KG X HORAS															
TUBO	PULG.		MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
C O N D U I T 3 METROS	½"	PB	17,9 x 1,2	17,9	16	0,297	0,23"	156,5	3,758	17,998	48,48	1.115,50	5345,40	½ CONTEN + 1056 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	¾"	PB	23,4 x 1,2	23,4	21,4	0,395	0,24"	150	3,600	17,250	59,25	1,422	6813,75	1 CONTEN + 380 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	1"	PB	29,6 x 1,2	29,6	27,4	0,506	0,30"	120	2,880	13,800	60,72	1,457	6982,80	1 CONTEN + 780 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	1, ½"	PB	44,2 x 1,2	44,2	41,6	0,767	0,44"	82	1,968	9,430	62,75	1,506	7232,81	2 CONTEN + 280 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	2"	PB	55,8 x 1,2	55,8	53,2	0,975	1',12"	50	1,200	5,750	48,75	1,170	5606,25	2 CONTENEDORES	BAUSAN PEQ.

EXT. N° 03. MARCA: BAUSANO M2 46. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 46. SEGÚN FAB. PROD.: 20 -50 KG X HORAS															
TUBO	PULG.		MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
C O N D U I T 3 METROS	½"	PB	17,9 x 1,2	17,9	16	0,297	0,23"	156,5	3,756	17,998	48,48	1115,50	5345,40	½ CONTEN + 1056 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	¾"	PB	23,4 x 1,2	23,4	21,4	0,395	0,26"	138,5	3,324	15,928	54,7	1312,80	6291,56	1 CONTEN + 104 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	1"	PB	29,6 x 1,2	29,6	27,4	0,506	0,33"	109	2,616	12,535	55,15	1323,60	6342,71	1 CONTEN + 516 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	1, ½"	PB	44,2 x 1,2	44,2	41,6	0,767	0,40"	90	2,160	10,350	69,03	1,656,72	7938,45	2 CONTEN + 480 TUBOS	BAUSAN PEQ.
	2"	PB	55,8 x 1,2	55,8	53,2	0,975	0,45"	80	1,920	9,200	78	1872,00	8970	2 CONTEN + 720 TUBOS	BAUSAN PEQ.

EXT. N° 05. MARCA: LUIGI BANDERA 2B 65. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 66. SEGÚN FAB. PROD.: 120 KG X HORAS															
TUBO	PULG.		MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS NEGRAS 3 METROS	2"	ESP	50 x 1,8	50	47,1	0,9	0,33"	94,5	2,268	10,868	86,26	2046,24	9781,20	3 CONTEN + 288 TUBOS	RN 30.
	2"	ESP	50 x 3,2	50	45,5	1,6	1', 15"	48	1,152	5,520	76,8	1843,20	8832	1 CONTEN + 492 TUBOS	RN 30

AGUAS BLANCAS 5 METROS	1"	PB	33,40 x 4,9	33,4	23,6	3,817	2',21"	25,5	612	2,933	97,45	2338,80	11195,26	1 CARRO + 12 TUBOS	RN 30
------------------------	----	----	-------------	------	------	-------	--------	------	-----	-------	-------	---------	----------	--------------------	-------

NOTA: LA SEMANA SE TOMA COMO 116 HORAS, YA QUE SE PIERDEN APROXIMADAMENTE 6 HORAS ENTRE ARRANQUE Y PARADA DE PLANTA.



EXT. N° 07. MARCA: BAUSANO M2 46. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 66. SEGÚN FAB. PROD.: 100 - 180 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS BLANCAS 6 METROS	1/2"	PB 21,34 x 4,0	21,34	13,5	1,896	1',27"	41,5	996	4.773	78,68	1888,32	9049,60	1 CARRO + 496 TUBOS	RN 30.
	1"	PB 33,40 x 4,9	33,4	23,6	3,817	2',45"	21,5	516	2.473	82,06	1968,48	9439,44	1 CARRO + 216 TUBOS	RN 30
AN 3 METROS	2"	ESP 50 x 3,2	50	45,5	1,6	1',20"	45	1.080	5.175	72	1728,00	8280	1 CONTEN + 420 TUBOS	RN 30

EXT. N° 08. MARCA: LUIGI BANDERA 2B 65. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 66. SEGÚN FABRIC. PROD.: 120 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS NEGRAS 3 METROS	2"	ESP 50 x 1,8	50	47,1	0,9	0,38"	94,5	2.268	10.858	85,26	2046,24	9781,20	3 CONTEN + 288 TUBOS	RN 30.
	3"	ESP 75 x 1,8	75	72,4	1,305	0,47"	76,5	1.836	8.798	99,83	2395,92	11481,39	5 CONTEN + 164 TUBOS	R S T 80
	3"	ESP 75 x 3,2	75	45,5	2,475	1',12"	50	1.200	5.750	123,75	2970	14231,25	3 CONTEN + 198 TUBOS	R S T 80
	4"	ESP 110 x 2,2	110	107,4	2,35	1',10"	51,5	1.236	5.923	121,02	2904,48	13919,05	7 CONTEN + 60 TUBOS	R S T 80
	4"	ESP 110 x 3,2	110	106	3,6	2',03"	29	696	3.335	104,4	2505,60	12006	4CONTEN + 24 TUBOS	R S T 80
CONDUIT 3 METROS	3"	ESP 75 x 1,5	75	72,8	1,2	0,37"	97,5	2.340	11.213	117	2808	13455,60	7 CONTEN + 2 TUBOS	R S T 80
	4"	ESP 100 x 1,5	100	97,9	1,65	0,53"	68	1.632	7.820	112,2	2692,80	12903	8 CONTEN + 64 TUBOS	R S T 80
TUBO	2"	ESP 50 x 3,2	50	45,5	1,6	1,00"	60	1.440	6.900	96	2304,00	11040	2 CONTEN + 120 TUBOS	R S T 80
	3"	ESP 75 x 1,8	75	72,4	1,365	0,47"	76,5	1.838	8.798	98,80	2395,92	11481,09	5 CONTEN + 166 TUBOS	R S T 80
	4"	ESP 110 x 1,8	110	107,4	2,1	1',04"	56	1.344	6.440	117,6	2822,40	13524	8 CONTEN EDORES	R S T 80
	4"	ESP 110 x 3,2	110	106	3,6	1',53"	32	768	3.680	115,2	2764,80	13248	4CONTEN + 96 TUBOS	R S T 80

EXT. N° 08. MARCA: LUIGI BANDERA 2B 65. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 66. SEGÚN FABRIC. PROD.: 120 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS NEGRAS 3 METROS	4"	ESP 110 x 1,8	110	107,4	2,1	1',04"	56	1.344	6.440	117,6	2822,40	13524	8 CONTEN EDORES	R S T 80
	4"	ESP 110 x 2,2	110	107,4	2,35	1',10"	51,5	1.236	5.923	121,02	2904,48	13919,05	7 CONTEN + 60 TUBOS	R S T 80
	4"	ESP 110 x 3,2	110	106	3,6	2',22"	25	600	2.875	90	2160,00	10350	3 CONTEN + 96 TUBOS	R S T 80

EXT. N° 11. MARCA: LUIGI BANDERA 2B 65. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 66. SEGÚN FAB. PROD.: 120 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS BLANCAS 6 METROS	3/4"	PB 26,67 x 4,2	26,67	18,2	2,578	1',55"	31,5	756	3.623	81,2	1948,96	9340,09	2 CARRROS + 36 TUBOS	RN 30

EXT. N° 12. MARCA: LUIGI BANDERA 2B 65. HUSILLOS RECTOS; DIAM. = 63. SEGÚN FAB. PROD.: 120 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS BLANCAS 6 METROS	3/4"	PB 21,34 x 4,0	21,34	13,5	1,896	1',27"	41,5	996	4.773	78,68	1888,41	9049,60	1 CARRO + 496 TUBOS (2 CARROS)	RN 30

EXT. N° 13. MARCA: CINCINNATI CM 65. HUSILLOS CONICOS; DIAM. = 66. SEGÚN FAB. PROD.: 250 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x CANAL	CANAL x HORA	CANAL x DIA	CANAL x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
CANALON 3 METROS	---	---	---	---	4,1	2',4"	25	600	2.875	102,5	2.460	11787,50	2 CONTEN + 120 CANALON	CANALON

EXT. N° 14. MARCA: CINCINNATI CM 65. HUSILLOS CONICOS; DIAM. = 66. SEGÚN FAB. PROD.: 250 KG x HORAS														
TUBO	PULG.	MILIMETROS	CAMISA MILIMETROS	MACHO MILIMETROS	PESO	TIEMPO x TUBO	TUBO x HORA	TUBO x DIA	TUBO x SEMANA	KGS x HORA	KGS x DIA	KGS x SEMANA	CONTENEDOR O CARRO x DIA	TIPO DE CABEZAL
AGUAS BLANCAS 3 METROS	6"	PB 160 x 2,6	160	154,8	5,7	2',23"	25	600	2.875	142,5	3.420	16387,50	7 CONTEN + 61 TUBOS	RK 16
AGUAS NEGRAS 3 METROS	6"	ESP 160 x 3,3	160	154,8	5,1	2'	30	720	3.450	153	3.672	17595	9 CONTEN + 27 TUBOS	RK 16

AGUAS BLANCAS 6 METROS	1 1/2"	PB 48,56 x 5,5	48,56	38,4	6,473	2,57"	20,5	492	2.358	132,69	3184,71	15263,33	3 CARROS + 27 TUBOS	RK 11
	2"	PB 80,33 x 6,0	80,33	48,5	8,908	3,27"	17,5	420	2.013	155,89	3741,36	17931,80	3 CARROS + 75 TUBOS	RK 11
	2 1/2"	PB 73,03 x 7,43	73,03	63	13,32	4',05"	14,5	348	1.668	193,14	4635,36	22217,76	4 CARROS + 52 TUBOS	RK 11
	3"	PB 88,90 x 8,08	88,90	73	17,849	9'	6,5	156	748	116,01	2784,44	13351,05	2 CARROS + 36 TUBOS	RK 11
	4"	PB 114,30 x 9,07	114,30	100	26,086	13',13"	4,5	108	518	117,38	2817,28	13512,54	2 CARROS + 28 TUBOS	RK 11