

# SERIES DE FOURIER PARA LA MODELACIÓN DE POTENCIALES ENERGÉTICOS EN TURBINAS HELICOIDALES

Gustavo J. Marturet P, Edgar Gutiérrez, Simón Caraballo

**Resumen:** El modelado y la simulación numérica de una turbina hidrocinética Gorlov son ambos presentados mediante métodos de volúmenes finitos para obtener el comportamiento fluido-dinámico del agua a su paso a través de la turbina. Un estudio de convergencia, para independizar el mallado del dominio de las propiedades del sistema, determina un modelo de volúmenes finitos con un error relativo de 0,5%, en régimen cuasi-estacionario. La turbulencia se simula con el modelo  $k-\epsilon$ . Se presentan las curvas características del torque respecto a la velocidad del flujo y la posición angular de giro sobre su eje. El torque describe una función del tipo periódica en la secuencia angular acimutal tanto para la velocidad de flujo como para velocidad de giro de la turbina, en consecuencia una serie de Fourier modela la cuantificación del potencial energético de la turbina Gorlov.

**Palabras claves:** Turbina Gorlov, CFD, Curvas Características, Series de Fourier

## FOURIER SERIES TO MODEL ENERGY POTENTIALS IN HELICAL TURBINES

**Abstract:** Modeling and numerical simulation of a Gorlov hydrokinetic turbine are both presented using the finite volume method to obtain the fluid-dynamic behavior of the water as it passes through the turbine. A study of convergence, to make the domain meshing independent of the system properties, determines a finite volume model with a relative error of 0.5%, in quasi-stationary regime. Turbulence is simulated with the  $k-\epsilon$  model. The characteristic curves of torque with respect to the flow velocity and the angular position of rotation about its axis are presented. The torque describes a periodic function type in the azimuthal angle sequence in both flow rate and rotational speed of the turbine, thus a Fourier series models the quantifying of the energy potential of the Gorlov turbine.

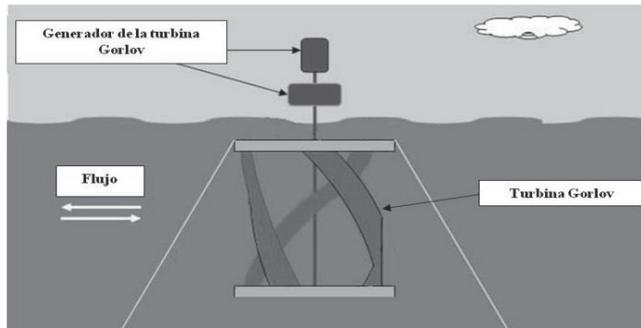
**Keywords:** Gorlov turbine, CFD, characteristics curve, Fourier series

Recibido (10/07/15), aceptado (17/08/15). El MSc. Ing. Edgar Gutiérrez A es Profesor Agregado en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Experimental Politécnica “Antonio José de Sucre” (UNEXPO), Vicerrectorado Puerto Ordaz, correo electrónico egutierrez@unexpo.edu.ve. El MSc. Ing. Gustavo J. Marturet es Profesor Agregado en el Departamento de Mecánica del Instituto Universitario de Tecnología del estado Bolívar (IUTEB), correos electrónicos marturetg@gmail.com y gjmarturetp.doctorando@unexpo.edu.ve. El Dr. Ing. Simón Caraballo es Profesor en el Departamento de Ingeniería Mecánica en la UNEXPO, Vicerrectorado Puerto Ordaz, correo electrónico scaraballo@unexpo.edu.ve.

## I. INTRODUCCIÓN

El hombre en su necesidad de proveerse de fuentes de energía ha incursionado en el desarrollo tecnológico de alternativas de generación de energía eléctrica, algunas de ellas fundamentadas en los potenciales hidroeléctricos. Estas alternativas de energías ofrecen la posibilidad de integrar comunidades situadas a los márgenes de los ríos, como el caso del estado Bolívar, a los servicios eléctricos que potencien su desarrollo mediante el uso de energías limpias y de bajo impacto ambiental, y en el mejor de los casos, bajo la premissa del logro de microproyectos autosustentables. En lo particular, la tecnología de turbinas hidrocinéticas permite el desarrollo de proyectos en energía eléctrica de generación distribuida y aislada con el aprovechamiento de los potenciales hidráulicos de los ríos. Su uso sin diques o presas minimiza costes de instalación, mantenimiento y reduce complicaciones ambientales y ecológicas. De tal manera, que comunidades sin el vital servicio eléctrico pueden beneficiarse con la aplicación de este tipo de tecnologías.

La Figura 1 muestra un modelo de una turbina hidrocinética tipo Gorlov (THG) de tres álabes helicoidales.



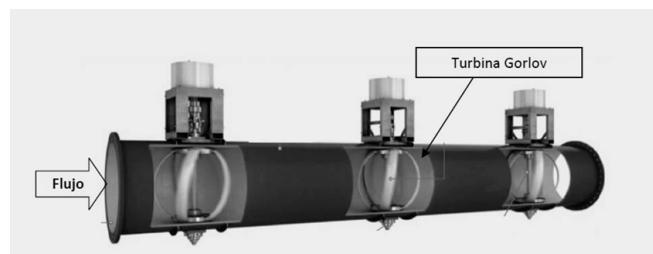
**Figura 1. Turbina Gorlov y generador.**

Fuente: ClimateandFuel. Gorlov vertical tidal turbine (<http://www.climateandfuel.com/pages/tidal.htm/>).

Las THG pueden ser emplazadas en un afluente, en el cual el flujo acciona su movimiento rotacional y consecuentemente el de un generador eléctrico, de allí su denominación de turbinas de flujo libre o simplemente turbinas de río. Aventaja sobre otras de su tipo: Tyson, Garman y Darriues, en lo relativo a la simplicidad del diseño y la eficiencia. Ésta, la THG helicoidal, con su configuración del rotor, logra que las fuerzas de arrastre y de presión no cambien abruptamente generando curvas de torque más suaves. Lo que consecuentemente, elimina los efectos de pulsación sobre los álabes de rotor, favoreciendo las condiciones

de resistencia a la fatiga con mayor eficiencia y a menor costo [1]. Entre las aplicaciones recientes de las THG incluyen la colocación en sistemas de tubería con el aprovechamiento de excedentes de potenciales hidráulicos para su transformación en energía eléctrica alcanzando valores de hasta 100 KW, de aspecto similar al ilustrado en la Figura 2.

Estudios indican como potenciales velocidades de flujo entre 1 y 5 m/s para aplicaciones hidrocinéticas [2]. Al mismo tiempo, se han realizado ensayos con diseños de una THG con velocidades de flujo mayores a 1,5m/s, confeccionadas en base a un rotor de 1 m de diámetro por 1,32 m de alto y con perfil NACA 0020 de cuerda igual a 14 cm, alcanzando un rango de potencia comprendido entre 20 y 160 W, cuando la turbina gira entre 45 y 50 RPM [3].



**Figura 2. Aplicaciones de THG en sistemas de tuberías para la generación eléctrica (<http://www.lucidenergy.com/>)**

Aún con los datos anteriores, sigue siendo reservada y limitada [4], las informaciones en cuanto al desempeño valorativo del potencial energético de las THG ante variantes de carga como la velocidad de flujo y las RPM de la turbina. Tampoco se dispone de datos dimensionales y estructurales para la fabricación y montaje de las mismas.

En el ámbito local, necesidades de suprir el servicio eléctrico a comunidades aisladas de la red eléctrica nacional han movilizado esfuerzos para la conceptualización y fabricación de prototipos de THG. Una propuesta presentada en [4], se trata de un prototipo (véase la Figura 3) con las siguientes especificaciones: diámetro 500 mm por 600 mm de alto, tres álabes tipo NACA 0020 de 70 mm de cuerda, eficiencia del 35% [1] y una potencia del rotor de 19,15 W. Sin embargo, aún son desconocidas las implicaciones fluidodinámicas: campos de presión y velocidad, turbulencia, par, potencia, RPM, coeficientes de presión y arrastre, así como la eficiencia durante su operación.

Con los estudios en THG realizados en nuestra región Guayana, y ante la ausencia de un prototipo

construido, se desconoce su comportamiento frente a las condiciones variables de servicio u operación que revelen sus características globales como función de los parámetros operativos: caudal de fluido y velocidad de giro entre otros. Estos parámetros operativos representados gráficamente en curvas características, permiten evaluar: la potencia, el torque generado y eficiencia respecto de las variaciones del caudal de fluido durante su giro. Desde el punto de vista de la ingeniería, la ausencia o el desconocimiento de estas curvas características impiden diseñar o proyectar emplazamientos de generación hidroeléctrica confiables. Por lo que determinar el comportamiento operacional del diseño conceptual THG, permitiría establecer sus potencialidades energéticas [5].

## II. DESARROLLO

El trabajo de investigación como el reportado en [6], incorpora el análisis numérico y la dinámica de fluidos computacional (CFD) para simular el comportamiento fluidodinámico de las turbinas de hidrocinéticas, mostrando la influencia del número de Reynolds en el rendimiento y el cálculo de los coeficientes de par (torque) durante el giro angular de la turbina. En [7] se emplean magnitudes de hasta  $12 \times 10^6$  celdas para la modelación de una THG. En [8] se recurre a dominios en 2D configurado en nodos comprendidos en un rango de 69720 a 229371, simulando la THG bajo régimen no estable para lo cual requiere de magnitudes significativas de recursos computacionales.

En el presente estudio, se determina el comportamiento fluidodinámico de una THG para obtener una solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el sistema turbina-fluido. Se emplea la simulación numérica en modelos de volúmenes finitos, mediante ecuaciones discretas que rigen el comportamiento de la THG como función del ángulo acimutal descrito durante su giro. La turbina se compone de las dimensiones indicadas en la Figura 3. Para el estudio, se ha desarrollado la simulación computacional de la turbina cuando es atravesada por un flujo de agua. En un primer momento, se abordan modelos de turbulencia aplicables a la THG discriminando suposiciones dimensionales aplicables al modelo matemático que se pretende construir. Posteriormente, se desglosan las suposiciones con las cuales se trata el análisis numérico para la simulación. Al mismo tiempo, se detalla el dominio computacional que contiene la malla de volúmenes finitos para la simulación de la THG.

Como resultado se presenta un modelo matemático con el que se determina el par de la turbina. Atendiendo al recurso computacional disponible, se valora la densidad de la malla y el número de nodos hasta donde la capacidad computacional permite en la estimación del torque de la THG. El mismo, se determina en un rango de velocidades de flujo y de giro de turbina. Finalmente, se consigue por intermedio del análisis numérico del modelo matemático, establecer el torque en diferentes posiciones angulares del giro de la THG, calculando su potencial energético.

### 1. Modelos de turbulencia aplicables en THG

En ausencia de prototipos de THG se plantea como alternativa recurrir a herramientas computacionales para la simulación de un modelo de turbina conforme a los parámetros dimensionales propuestos en la Figura 3. En la actualidad, se dispone de software para simulación fluidodinámica que sobre la base de las ecuaciones de Navier-Stokes y el análisis numérico, permite una solución convergente en la determinación de potenciales energéticos de una THG. La consideración de los efectos turbulentos con los modelo  $k-\epsilon$  estándar,  $k-\epsilon$  RNG y Spalart-Allmaras [5, 9 y 10], acompañados de teorías de solución basadas en la presión con formulaciones de velocidad son de uso reiterativo para el desarrollo de las simulaciones.

Para la discretización de los dominios computacionales aplicados a las turbinas hidrocinéticas las simulaciones hacen uso de modelos del tipo 2D [9-15]. Otras propuestas [16], promueven el análisis numéricos en dominios de dos tres dimensiones, cuyas simulaciones tiene resultados próximos a pruebas experimentales. La suposición bidimensional tiene su asidero en las siguientes consideraciones:

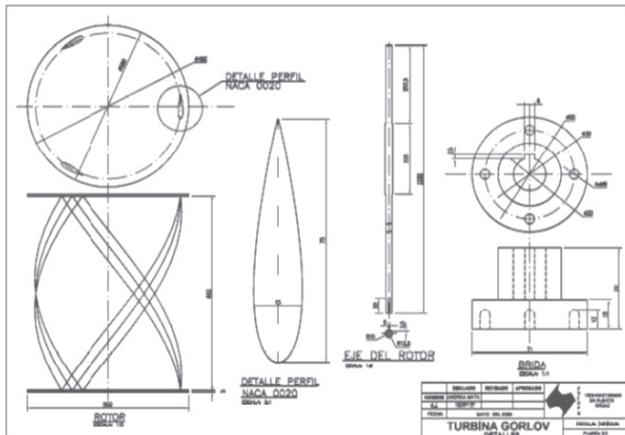
- Flujos cuyo movimiento principal ocurre en el plano.
- Los gradientes de presión en la dirección vertical son prácticamente uniformes.
- Son pequeñas las variaciones de las componentes de las velocidades en la dirección vertical.
- La única componente de aceleración vertical es la gravedad.
- Simetría axial vertical de la THG a simular.

### 2. Aproximación numérica

En nuestro caso, la THG, una vez construido su modelo virtual bidimensional, estará inscrita en una malla de

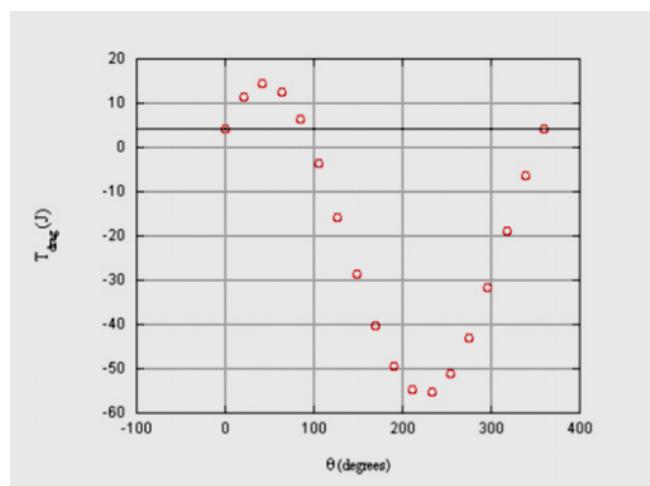
volúmenes tipo cuadrilátero para las zonas propiamente de flujo y triangulares para la interacción turbina-flujo en la zona circundante a sus tres álabes. Los tres álabes separados a  $120^\circ$ , corresponden a un perfil del tipo simétrico de 75 mm de cuerda siguiendo las especificaciones para un modelo tipo NACA 0020.

En toda la simulación las ecuaciones de continuidad y momentum son resueltas usando el método SIMPLE. Los términos convectivos se discretizaron usando segundo orden aguas arriba. Para la zona de entrada de flujo al dominio se fijó la velocidad de entrada de manera uniforme, mientras que la salida se fijó la presión. Los álabes rotan sobre su eje central a las revoluciones del estudio.



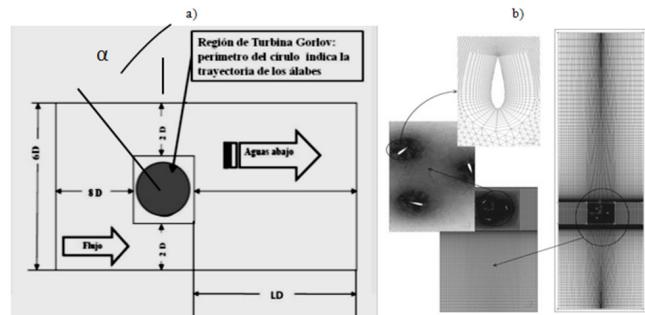
**Figura 3.** Planos de la THG usada para el estudio [4].

La modelación numérica se ha elaborado en un régimen de trabajo estable en la turbina. Los trabajos expuestos en la literatura [17-18], están sustentados en el análisis numérico para turbinas hidrocinéticas, posicionando la turbina en el dominio en sucesivas rotaciones sobre su eje. Aplican la condición de régimen estacionario cada vez, por lo cual, la totalidad de la serie angular del giro sobre su eje de la turbina, describe el torque en una condición quasi-estacionaria para el sistema a la velocidad de flujo y RPM de estudio (Véase Figura 4). Por consiguiente, en la complejidad del flujo en turbinas como consecuencia de ser tipo turbulentó y no estacionario [19], y para disminuir los tiempos computacionales que ello acarrea, se plantean efectuar las simulaciones numéricas bajo la condición de régimen estacionario. A su vez se girará la turbina sobre su eje para el mismo régimen, y así valorar el modelo matemático obtenido. El dominio empleado para la TGH de la Figura 3 se circunscribirá al campo de estudio señalado en la Figura 5. Campo sobre el que se estudiarán modelos de turbulencia: modelo  $k-\epsilon$  estándar,  $k-\epsilon$  RNG y Spalart-Allmaras.



**Figura 4.** Torque vs ángulo de giro de turbina [17].

El ángulo de posición acimutal  $\alpha$ , en sentido antihorario, mide la trayectoria de los tres álabes de la turbina partiendo desde la vertical indicada. Detalles del dominio computacional pueden observarse en la Figura 5.



**Figura 5. a) Dominio computacional para la THG .b) Modelo de malla del dominio. Elementos del tipo triangular en alrededores de los álabes y cuadriláteros aguas arriba y abajo de la turbina.**

### **3. Resultados**

Las simulaciones se realizaron a fin de valorar tres modelos de turbulencia en lo que constituye un estudio de convergencia para la reducción del error [20-21] usando en cada iteración el método de aproximaciones sucesivas. El torque se determinó en el centro coordenadas de la turbina. La Figura 6 muestra la respuesta del torque y la medida del error en la tendencia creciente del número de nodos del dominio. Así, el modelo de turbulencia conveniente es el  $k-\epsilon$  estándar con un error relativo de 0,5%. Para el cálculo del error relativo se empleó la expresión 1.

$$Error = \left| \frac{T_{ii} - T_i}{T_{ii}} \right| \quad (1)$$

donde,  $T_{ii}$  y  $T_i$  son los torques determinados para la turbina por simulación de los modelos de mallado del dominio  $M_{ii}$  y  $M_i$  respectivamente, y obtenidos en cada experimento o simulación del software (Véase Figura 6).

En la Tabla I se indican aspectos descriptivos de las mallas computacionales construidas para la secuencia angular del giro en las turbinas en porciones de  $15^\circ$  cada uno. Se expresan aspectos característicos de cada dominio

computacional “M”, desarrollado para construir las mallas de volúmenes finitos necesarios para las simulaciones; conteniendo además, la totalidad de dominios sobre los que se inscribe la THG posicionándose en la resolución de paso de  $15^\circ$ , con el objeto de obtener el torque para diferentes RPM de giro. Se procura que aún con la rotación, el número de nodos de la malla mantenga una consistencia para la homogeneidad del dominio en las simulaciones numéricas.

**Tabla I. Modelos de volúmenes finitos y ángulo de la turbina en el dominio**

Modelo	Celdas	Nodos	Calidad de Malla	Longitud de descarga o estela aguas abajo de la turbina (m)	$\alpha^\circ$
M1	208674	117648	0,8652	7,2	0
M2	208074	117348	0,7920	7,2	15
M3	208510	117566	0,8651	7,2	30
M4	207886	117254	0,7855	7,2	45
M5	208688	117645	0,8652	7,2	60
M6	207934	117278	0,7855	7,2	75
M7	208632	117627	0,8651	7,2	90
M8	207868	117245	0,7920	7,2	105

Para la discretización del modelo matemático se emplearon las siguientes ecuaciones:

Para:  $C_1\epsilon = 1,44$ ;  $C_2\epsilon = 1,92$ ;  $C_\mu = 0,09$ ;  $\sigma_k = 1,0$ ,  $Y_M = 0$  y  $\sigma_\epsilon = 1,3$ .

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_i = 0 \quad (2)$$

Ecuación de momentum:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \bar{u'_i} \bar{u'_j}) \quad (3)$$

La energía cinética turbulenta,  $k$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M \quad (4)$$

Y la disipación turbulenta,  $\epsilon$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (5)$$

Siendo:

$$-\rho \bar{u'_i} \bar{u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (6)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7)$$

El término  $\mu_t$  se refiere a la viscosidad de remolino o viscosidad turbulenta, que explica el transporte de cantidad de movimiento mediante remolinos turbulentos,  $G_k$  representa la generación de energía cinética turbulenta debido a gradientes de velocidad,  $G_b$  la generación de energía cinética turbulenta debida a la flotación,  $Y_M$  representa la contribución de la dilatación fluctuante en la turbulencia compresible a la proporción de dispersión global. Al mismo tiempo  $u$  es un campo de velocidad y  $\rho$  es la densidad del fluido. También  $\sigma_k$  y  $\sigma_\epsilon$  son los números de Prandtl para  $k$  y  $\epsilon$  respectivamente.

Para el cálculo del torque [22] en el eje de rotación de la turbina se emplea la ecuación 8:

$$\vec{M_p} = \iint_A \vec{r} \times pd\vec{A} - \iint_A \vec{r} \times \tau d\vec{A} \quad (8)$$

donde  $\vec{M_p}$  es el momento o torque respecto a un punto “p” del eje de rotación de la turbina, la integral  $\iint_A \vec{r} \times pd\vec{A}$  representa el torque debido a la presión de fluido, y  $\iint_A \vec{r} \times \tau d\vec{A}$  es el momento debido a los esfuerzos cortantes sobre los álabes (torque viscoso).

No teniendo referencial sobre el rendimiento de la turbina, las simulaciones se efectuaron para una

velocidad de flujo de 0,7 m/s a 30 RPM. Como criterio de convergencia en el análisis numérico se estableció el torque a fin determinar el número de nodos en donde se independiza la solución obtenida de la densidad del mallado. Obsérvese las curvas en la Figura 6 para el modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  estándar. Los datos del torque tienden a una convergencia con el dominio computacional seleccionado sobre una malla de elementos del tipo cuadriláteros y triángulos, constituida por 117648 nodos y de calidad 0,86. La malla obtenida fue la más grande que un computador con procesador Intel Core Duo T2500 (2000 MHz) y 2GB de RAM pudo resolver. No se descarta que mejores prestaciones computacionales pudieran incidir en la exactitud de la solución encontrada. Por tanto, para el control de parámetros de la solución numérica se añadió a los factores de relajación criterios de convergencia adicionales, a saber: el coeficiente de momento y la rata de variación de flujo máscico entre la sección de entrada y salida del dominio. El primero indica la estabilidad del torque en las iteraciones, mientras el segundo, el factor asociado con el flujo máscico. Los resultados obtenidos indicaron una rata de variación de flujo máscico entre la entrada y salida del dominio de  $\pm 5 \times 10^{-2}$  kg/s.

Para la cuantificación de la calidad de la malla  $Q_{EVS}$ , se establece en la ecuación 9, y cuyo valor es proporcionado por el software de mallado.

$$Q_{EVS} = \frac{(S_{eq} - S)}{S_{eq}} \quad (9)$$

donde  $S$  es el área del elemento de malla,  $S_{eq}$  es el área máxima de la celda equilátera que circunscribe el radio idéntico al elemento de malla. De tal manera que  $0 \leq Q_{EVS} \leq 1$ . Si  $Q_{EVS}=0$  describe un elemento equilátero ideal y  $Q_{EVS}=1$  describe un elemento completamente deformado. Valores de  $Q_{EVS}$  entre 0,25 y 0,85 son de calidad aceptable [23].

El modelo de simulación concretado con ecuaciones de conservación, en el dominio computacional y propiamente con un modelo de turbulencia, permite efectuar las simulaciones con un error condicionado a la simulación en 2D. Está basado en una malla de volúmenes finitos de 117648 nodos, con un arreglo de 208600 celdas, con una calidad de malla no superior a 0,9 y se ha conformado por elementos del tipo cuadriláteros y triángulos.

La Figura 7 muestra el desempeño de la turbina a diferentes velocidades de flujo y RPM. Las simulaciones se hicieron para: 0,25; 0,5; 0,7; 1; 2; 3 y 5 m/s de velocidad de flujo, operando la turbina a velocidades de giro de 10, 50 y 100 RPM. Se observa un bajo rendimiento en el torque de turbina a bajas velocidades de flujo y en altas revoluciones. Ensayos exploratorios, indican una velocidad de flujo sobre la THG estudiada con mejores desempeños cuando el flujo ronda los 5 m/s. Al respecto, estudios en análisis numérico para eficiencias hidráulicas de THG [24], empleando el mismo modelo virtual de turbina y similar dominio computacional, indican rendimientos aceptables a 5 m/s y 10 RPM.

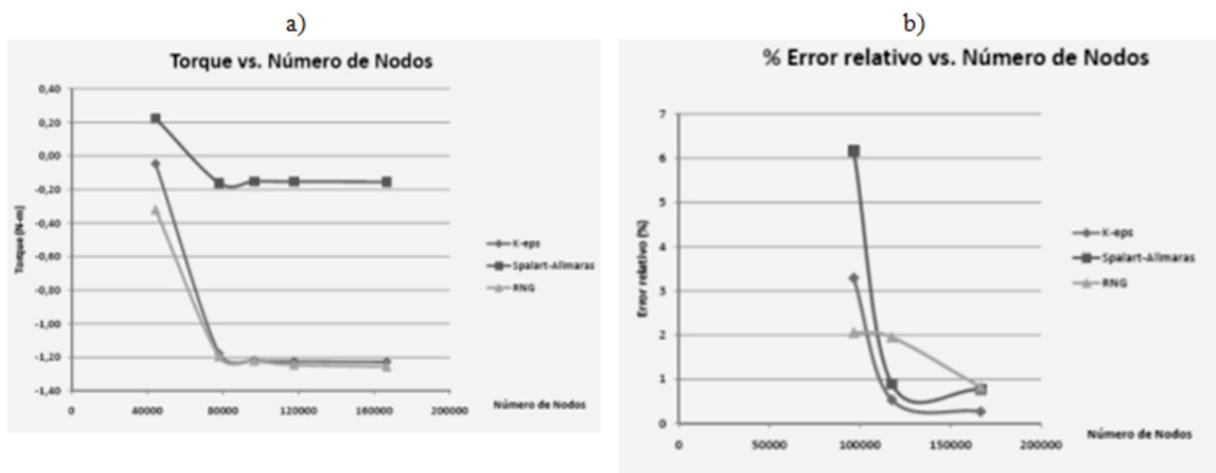


Figura 6. a) Torque vs. Número de nodos del dominio. b) Error relativo vs. Número de nodos

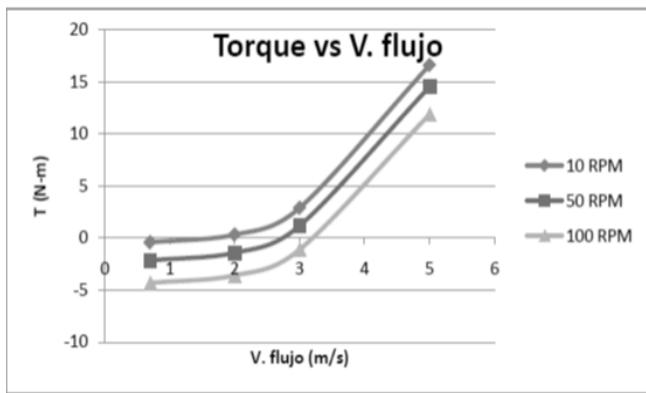
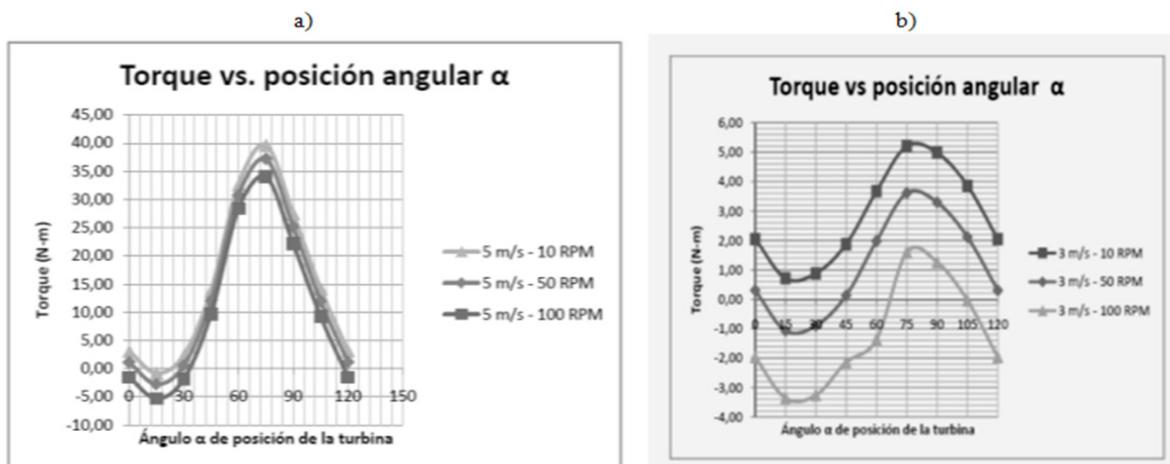


Figura 7. Torque vs. V. flujo en la THG.

Figura 8. Periodicidad del torque en la THG cuando cambia el ángulo de posición acimutal  $\alpha$ . a) Para 5 m/s, b) Para 3 m/s.

#### 4. Discusión de resultados

Los ensayos del modelo de volúmenes finitos indican un rendimiento con un bajo torque (véase la Figura 7) cuando la THG opera a velocidades de flujo menores de 2 m/s. A su vez, la THG muestra mejores rendimientos a velocidades cercanas a las 10 RPM. Estos resultados encontrados del par desarrollan similares tendencias en otros estudios cuando las turbinas están a baja velocidad de flujo [14, 25 y 26]. Valores bajos de par indican que el potencial hidrocinético del flujo no es suficiente para desarrollar procesos de conversión de energía del

Posteriormente, se procedió a rotar la turbina sobre su eje en ángulos de  $\alpha$  con pasos incrementales de  $15^\circ$ , (véase Figura 5) empleando el modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  estándar procurando mantener la misma densidad de malla y que están estructuralmente descritas en la Tabla I. Con los modelos de volúmenes finitos de la Tabla I, se determinó también el torque sobre la THG en condiciones de 5 m/s de flujo cuando ésta gira a: 10, 50 y 100 RPM en la serie angular  $\alpha$ . La Figura 8 muestra la característica Torque vs la velocidad del flujo a diferentes RPM de giro, donde se aprecia un comportamiento periódico del torque aún a distintas RPM.

flujo en trabajo mecánico. Conforme se incrementa la velocidad de flujo entre 3 y 5 m/s mejora el torque de la turbina. Sin embargo, las simulaciones realizadas para la construcción de las curvas de la Figura 7 fueron realizadas para un ángulo acimutal  $\alpha = 0^\circ$ , por lo que la potencia determinada no solo depende de la velocidad de flujo y de las RPM, sino también del instante angular estudiado en la simulación. La literatura revisada [17] construye un modelo matemático para expresar el torque como función de la posición angular de la turbina en su eje. Para [17] la ecuación 10 expresa el torque ( $T_{drag}$  para su autor) para el valor de  $\alpha$ :

$$-T_{drag} \left( \frac{2}{rA_r} \right) = [C_{D1} (v_i \cos \alpha - \omega r)^2 - C_{D2} (v_i \cos \alpha - \omega r)^2 + C_{D1} (v_i \sin \alpha - \omega r)^2 - C_{D2} (v_i \sin \alpha - \omega r)^2] k \quad (10)$$

donde  $C_{D1}$  y  $C_{D2}$  son los coeficientes de arrastre basados en la geometría de la turbina,  $\omega$  es la velocidad angular,  $r$  es la longitud del brazo de palanca de turbina,  $v_i$  es la velocidad de flujo aguas arriba de la turbina y  $k$  vector

componente en la dirección z. Por consiguiente, la medida del potencial mecánico o torque de la turbina están influenciado no solo por la velocidad del flujo y la velocidad angular sino por el ángulo  $\alpha$ , sino

adicionalmente, por los coeficientes de arrastre de álabes de la THG. Por otra parte, esta magnitud indica también como las componentes de la velocidad del flujo, los fenómenos de turbulencia, la presión, entre otros, inciden en la disponibilidad de su energía mecánica de la turbina. En el tema orientado a comprender los campos de la energía cinética turbulenta, se podrían revelar los detalles del comportamiento interno del flujo en la turbina.

Observando la oscilación del torque de la THG en conformidad con su posición angular mostrado en la Figura 8, se revela la oportunidad de resolverla como una función periódica en series infinitas de sinusoides a partir de las series de Fourier, a fin de evaluar numéricamente el torque vs ángulo de giro de una THG.

Con el apoyo software de modelación matemática y los datos obtenidos del torque vs  $\alpha$ , se procedió a estimar el par(torque) a partir de la ecuación 10, considerando un flujo de 5 m/s y 10 RPM sobre la THG. La Figura 9, muestra que esta ecuación no se ajusta a los datos

$$f(x) = a_0 + a_1 * \cos(x * w) + b_1 * \sin(x * w) + a_2 * \cos(2 * x * w) + b_2 * \sin(2 * x * w) + a_3 * \cos(3 * x * w) + b_3 * \sin(3 * x * w) \quad (11)$$

La Figura 10 muestra el ajuste de la ecuación 11 sobre el torque de la turbina. Para una fiabilidad de 95% cuando sobre la turbina se tiene 5 m/s de flujo y a 10 RPM los términos de la ecuación 11 tienen por valor:

$a_0 = 16,53$ ;  $a_1 = -14,58$ ;  $b_1 = -13.41$ ;  $a_2 = 1,504$ ;  $b_2 = 2,715$ ;  $a_3 = -0,3137$ ;  $b_3 = -0,9251$  y la frecuencia fundamental  $w = 0,05229$ .

obtenidos en las simulaciones. Vistas las variables involucradas en la expresión matemática y dado que la serie de Fourier no se ajusta a los resultados del análisis numérico mostrados, queda implícito el riesgo en la labor de diseño de la THG, por cuanto ésta ecuación incluye términos geométricos del áblade de la turbina y el torque que genera ante la velocidad del flujo y de giro de la unidad.

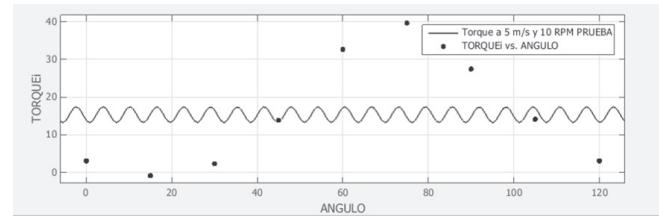


Figura 9. Valoración de ecuación 11 y datos de simulaciones de THG a 5 m/s y 10 RPM.

Siguiendo con la modelación matemática, se construye la ecuación 11 correspondiente a la serie de Fourier restringida a tres términos, concebida para flujos de 5 m/s sobre la turbina Gorlov a velocidades angulares entre 10 y 100 RPM .

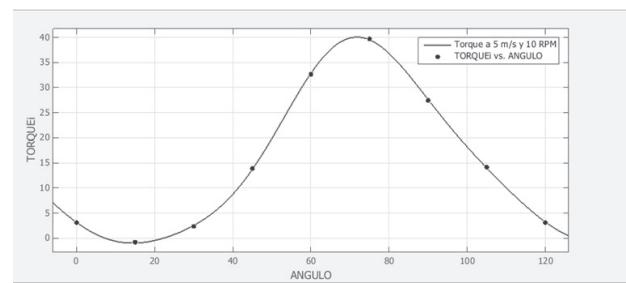


Figura 10. Serie de Fourier para 5 m/s a 10 RPM sobre la THG.

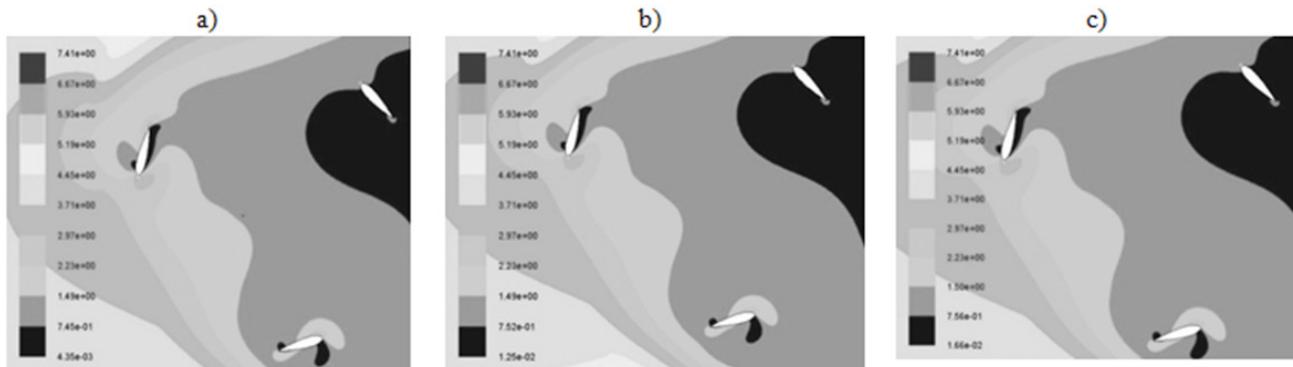


Figura 11. Campo de flujo de turbina Gorlov a 75 ° a las RPM de: a) 10, b) 50 y c) 100.

La Figura 8 muestra la periodicidad del torque conforme la posición angular acimutal  $\alpha$  durante la simulación. El fenómeno es repetitivo a diferentes velocidades de angulares. La trayectoria de la curva Torque vs Posición angular  $\alpha$  indica zonas en donde el torque disminuye o resulta negativo. Esta condición se debe a que las fuerzas del fluido generan momentos o torques producto a los efectos de la presión sobre los álabes, así como también, a los efectos de los esfuerzos de corte viscosos y de fricción superficiales a los mismos, contribuyendo a fenómenos de arrastre y sustentación. En consecuencia el torque total vendrá dado por:

$$\text{Torque total} = \text{Torque por presión} + \text{Torque viscoso} \quad (11)$$

Partiendo de la ecuación 11 y con los resultados mostrados en la Figura 8 se tiene que a partir de  $75^\circ$  la curva presenta una tendencia a la disminución del torque total debido a un descenso del torque por presión y un incremento importante de fenómenos viscosos. Un efecto contrario se tiene en la curva donde para un aumento del torque total tiende a crecer los efectos de presión sobre los álabes junto a un descenso de fenómenos de fricción. También, se observa un mejor funcionamiento con un pico de torque de la turbina cuando transita por los  $75^\circ$ , en un rango de tres velocidades angulares (10, 50 y 100 RPM). La curva también se muestra periódica a 3 m/s y 100 RPM con un pico de torque a  $75^\circ$ .

### III. CONCLUSIONES

Sujeto a la capacidad computacional empleada en el análisis numérico aplicado a los tres modelos de turbulencia ensayados en el estudio de convergencia, esto es:  $k-\epsilon$  estándar,  $k-\epsilon$  RNG y Spalart-Allmaras, resulta el primer modelo el más apropiado para la turbina Gorlov. La robustez y versatilidad del mismo siguen siendo de ayuda en la modelación de este tipo de turbomáquinas. Comparativamente, de los modelos de turbulencia estudiados, un error relativo de 0,5 % obtenido para el  $k-\epsilon$  estándar sugirió su escogencia. Sin embargo, mayores densificaciones del mallado del dominio computacional pudieran mejorar el comportamiento de este u otros modelos de turbulencia y consecuentemente incidir en la exactitud de la solución obtenida. Aplicando la serie Fourier, se ha modelado el torque de la turbina en la determinación del potencial energético disponible para la conversión de energía hidráulica. Seleccionado el modelo de turbulencia para la THG para la condición de flujo

estable en la modalidad 2D, la simulación indica una relación funcional de tipo periódico entre el torque de la turbina y el ángulo de giro de sus álabes. Para el régimen de estudio aplicado, se observa un máximo torque en un ángulo acimutal de  $75^\circ$ . La periodicidad funcional del torque vs el ángulo de giro es recurrente tanto para diferentes velocidades de flujo como en diferentes RPM. La posición de la turbina para su máximo torque, de conformidad con la velocidad de flujo y la velocidad angular está relacionada con la posición angular de la turbina durante su giro y es repetitivo en varios casos.

### IV. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Gorban, A. N., Gorlov, A. M., y Silantyev, V. M. (2001). Limits of the turbine efficiency for free fluid flow. *Journal of Energy Resources Technology*, 123(4), pp. 311-317.
- [2] Johnson, J. B., & Pride, D. J. (2010). River, tidal, and ocean current hydrokinetic energy technologies: Status and future opportunities in Alaska. Prepared for Alaska Center for Energy and Power.
- [3] Bachant, P., y Wosnik, M. (2011, January). Experimental investigation of helical cross-flow axis hydrokinetic turbines, including effects of waves and turbulence. In ASME-JSME-KSME 2011 Joint Fluids Engineering Conference. American Society of Mechanical Engineers. pp. 1895-1906.
- [4] Mata, A. "Diseño de una turbina hidrocinética para la realización de pruebas en un canal de ensayos hidráulicos, por el Centro de Investigaciones Aplicadas (CIAP) de EDELCA". Trabajo de Grado de Ingeniería Mecánica. UNEXPO. Puerto Ordáz, Venezuela. 2009. p.84.
- [5] Marturet, G. Simulación fluidodinámica de un modelo de turbina hidrocinética tipo Gorlov. Trabajo de Maestría. UNEXPO. Puerto Ordaz. 2012.
- [6] Polagye, B., Cavagnaro, R., Niblick, A., Hall, T., Thomson, J., y Aliseda, A. (2013). Cross-flow turbine performance and wake characterization. In Proceedings of the 1st Marine Energy Technology Symposium (METS13), Washington, DC.
- [7] Bruce, E. (2014, Apr). Numerical Modelling of a Gorlov Cross Flow Tidal Turbine. 3rd Oxford Tidal Energy Workshop, Oxford, UK.(p.9).

- [8] Le, T. Q., Lee, K. S., Park, J. S., y Ko, J. H. (2014). Flow-driven rotor simulation of vertical axis tidal turbines: A comparison of helical and straight blades. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 6(2), 257-268.
- [9] Bernad, S., Georgescu, A. M., Georgescu, S. C., Balint, D., y Susan-Resiga, R. (2007). 2D unsteady flow simulation in the Achard turbine. Sci. Bull.“Politehnica” University of Timisoara, Trans. on Mechanics, 52(66), 23-28.
- [10] Montaño, G.; Rueda, J. y González, F. Estudios de modelos de turbulencia para el análisis de un perfil aerodinámico NACA0015”. Avances en Simulación Computacional y Modelado Numérico, Memorias del XI Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, CIMENICS 2012, Isla de Margarita, Marzo 2012.
- [11] Nicholls-Lee, R.; Turnock, S. y Boyd, S. Simulation based optimisation of marine current turbine blades. U.K. 2008. Disponible en internet en la dirección: [http://eprints.soton.ac.uk/51108/1/27nicholls-lee\\_\(3\).pdf](http://eprints.soton.ac.uk/51108/1/27nicholls-lee_(3).pdf) (Acceso 24 de mayo de 2015).
- [12] Anteaume, S., Maître, T., y Achard, J. L. (2007, October). An innovative modelling approach to investigate the efficiency of cross flow water turbine farms. In Romania: IAHR International Meeting of The Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulics Machinery and systems, Scienstific Bulletin of The Politechnica university of Timisoara Transaction on Mechanics.
- [13] Georgescu, A. M., Georgescu, S. C., Degeratu, M., Bernad, S., y Cosoiu, C. I. (2007). Numerical modelling comparison between airflow and water flow within the Achard-type turbine. Sci. Bull.“Politehnica” Univ. Timisoara, Trans. Mech, 52(66), 289-298.
- [14] Consul, C. A., Willden, R. H. J., Ferrer, E., y McCulloch, M. D. (2009, September). Influence of solidity on the performance of a cross-flow turbine. In Proceedings of the 8th European Wave and Tidal Energy Conference., Uppsala, Sweden.
- [15] Torres, C. F. y Marturet, G. “Modelación numérica 2D en flujo estable para una turbina Gorlov”, Avances en Simulación Computacional y Modelado Numérico, Memorias del XI Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, CIMENICS 2012, Isla de Margarita, Marzo 2012.
- [16] Li, Y., y Calisal, S. M. (2010). Three-dimensional effects and arm effects on modeling a vertical axis tidal current turbine. Renewable energy, 35(10), 2325-2334.
- [17] Miller, V. B. (2010). Dynamic Modeling and Environmental Analysis of Hydrokinetic Energy Extraction (Doctoral dissertation, University of Pittsburgh).
- [18] Yang, B. y Lawn, C. (2011) Fluid dynamic performance of a vertical axis turbine for tidal currents. Ocean Engineering. Vol 36. 2013. pp. 335-3366.
- [19] Beatove, S. L., Ruiz, M. J. G., Arboleda, B. Q., y Bustamante, S. O. (2011). Simulación numérica del flujo en turbomáquinas hidráulicas. Estado del arte y fuentes de error. Aplicación a turbinas francis. Revista Universidad EAFIT, 44(152), 90-114.
- [20] Ferziger, J. H. y Perić, M. (2002). Computational methods for fluid dynamics. 3rd. ed. New York: Springer. p. 99.
- [21] Durbin, P. y Medic, G. (2007). Fluid dynamics with a computational perspective. USA: Cambridge University Press.
- [22] Gerhart, P. M., Gross, R. J. y Hochstein J. I. (1995). Fundamentos de mecánica de fluidos”. 2da. ed. USA: Addison-Wesley Iberoamericana.
- [23] GAMBIT 2.4 (2007). User’s Guide. CFD preprocessor. Fluent, Incorporated.
- [24] Marturet, G. (2014). Análisis numérico para la determinación de eficiencias hidráulicas en turbinas de flujo libre. Ingeniería y Ciencias Aplicadas: Modelos Matemáticos y Computacionales. Memorias del XII Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. CIMENICS 2014.
- [25] Shiono, M., Suzuki, K., y Kiho, S. (2002, May). Output characteristics of Darrieus water turbine with helical blades for tidal current generations. In Proceedings of the Twelfth International Offshore and Polar Engineering Conference, Kitakyushu, Japan (p. 859e864).
- [26] Kyozuka, Y. An experimental study on Darrieus-Savonius turbine for tidal current power generation. Journal of Fluid Science and Technology, Vol.3, Nro 3, 2008.