

PARÁMETRO GL (K) MÚLTIPLE EN UNA PLACA SUPERCONDUCTORA

José José Barba Ortega¹, Ely Dannier V. Niño² y Edson Sardella³

¹Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C., Colombia; ²Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia;

³Universidade Estadual Paulista, Bauru, Sao Paulo, Brasil

Recibido (22/02/16), aceptado (19/07/16).

Resumen: Uno de los parámetros más importantes que identifican el tipo de material superconductor es el parámetro GL Ginzburg-Landau $\kappa=\lambda/\xi$. Los campos termodinámicos críticos, la magnetización, las corrientes críticas y la vorticidad pueden variar dependiendo de las propiedades físicas del material en contacto con el superconductor, de su geometría y de la presencia de defectos estructurales. En el presente trabajo de investigación, estudiamos la respuesta magnética de una placa cuadrada de área de sección transversal $d \times d$ con superconductividad no homogénea. La falta de homogeneidad es simulada variando κ uni-dimensional y linealmente dentro de la muestra. Analizamos dos casos particulares, el primero cuando κ varía en una frontera superconductora tipo I ($\kappa < 1/\sqrt{2}$) a una frontera superconductora tipo II ($\kappa > 1/\sqrt{2}$). En el segundo caso, κ varía de un superconductor tipo II a otro tipo II. Encontramos que los campos críticos termodinámicos, así como la topología y configuraciones de los vórtices dependen altamente de los gradientes escogidos.

Palabras Clave: Ginzburg-Landau, Superconductores, Vórtice, Campos de Transición.

MULTIPLE GL PARAMETER (K) IN A SUPERCONDUCTING PLATE

Abstract: One of the most important parameters that identify the type of superconducting material is the GL Ginzburg-Landau $\kappa=\lambda/\xi$. The critical thermodynamic fields, magnetization, critical currents and vorticity vary depending on the physical properties of the material in contact with the superconductor, its geometry and structural defects. We studied the magnetic response of an anisotropic square plate of cross section area $d \times d$. This non-homogeneity was simulated varying κ 1D-linearly into the sample. We analyse two particular cases, the first when κ varies from one superconducting frontier type I ($\kappa < 1/\sqrt{2}$), until the parallel frontier type II superconductor ($\kappa > 1/\sqrt{2}$). In the other case κ varies from one type II superconducting surface until another type II superconducting surface. We found that the critical thermodynamics fields, as well as the vortex topology depend highly of the gradient chosen.

Key words: Ginzburg-Landau, Superconductors, Vortex,, Transition fields.

I. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de la superconductividad tiene muchas aplicaciones tecnológicas debido al diamagnetismo perfecto y a la resistividad eléctrica nula bajo ciertos parámetros termodinámicos como temperatura, corriente y campos magnéticos críticos que presentan estos tipo de materiales. Entre algunas aplicaciones importantes podemos mencionar, determinación de defectos de componentes estructurales en la industria petroquímica, sistemas de diagnóstico para medicina, trenes de levitación magnética (MagLev), hornos de inducción, fluxtrónica, spintrónica, etc. Una aplicación muy interesante en el área de energía es el transformador producido junto con un limitador superconductor de corriente. En un material superconductor el campo

magnético penetra de forma cuantizada llamadas de vórtices, estos vórtices son regiones normales dentro del mar superconductor rodeadas de supercorrientes portando un flujo de magnético, los cuales minimizan la energía libre del sistema y presentan efecto Joule (disipación de energía en forma de calor). Una de las tareas tecnológicas en la actualidad es controlar y manipular la dinámica de estos vórtices magnéticos y así, minimizar la pérdida de energía [1, 5]. Una de las teorías más usadas para analizar el estado superconductor es la teoría fenomenológica de Ginzburg-Landau (TFGL). La TFGL tiene como base conceptos termodinámicos como fenómenos críticos y transiciones de fase que enriquecen el entendimiento físico de estos sistemas. Esta teoría describe el estado superconductor por medio del parámetro de orden

complejo $\psi(r;t)$ que representa la densidad de super-electrones y del potencial vector $A(r;t)$, relacionado con la respuesta magnética del material o inducción magnética, como $B=\nabla\times A$. La TFGL manifiesta la existencia de dos tipos de superconductores a partir del parámetro de Ginzburg-Landau (GL) $\kappa=\lambda/\xi$: tipo-I ($\kappa<1/\sqrt{2}$) y tipo-II ($\kappa>1/\sqrt{2}$), donde λ es la longitud de penetración, ξ es la longitud de coherencia y se conoce como κ crítico o punto Bogolmony a $\kappa_c=1/\sqrt{2}$. Muchos trabajos teóricos y experimentales han sido realizados analizando el estado superconductor en sistemas mesoscópicos, por ejemplo, D. Roditchev et. al, observó la presencia de vórtices Josephson en un aislante entre dos superconductores, con la consecuente disipación de corriente en el aislante [6]. I. Lukyanchuk et. al, analizó la inestabilidad Rayleigh en vórtices confinados en superconductores críticos, encontró que en muestras del tamaño del centro del vórtice 2ξ , aparece un vórtice gigante y que, incrementando el parámetro GL emergen en un estado de multi-vórtice [7]. E. Duarte et. al analizó variaciones lineales de temperatura sobre la superficie de un material, encontró que la no uniformidad de la temperatura es responsable de un comportamiento no convencional de la dinámica de vórtices [8]. E. Sardella et. al, analizó la dependencia del parámetro de deGennes sobre la configuración de vórtices y campos críticos superior e inferior [9]. L. Pen et. al, estudió el estado de Abrikosov en una película con un defecto central resolviendo las ecuaciones GL, sus resultados mostraron que la barrera de energía de Bean-Livingston es menor en el centro de la muestra que en otras regiones ya que el primer ingreso de vórtices se da por la parte central [10]. En condensados Bose-Einstein (BEC) P. Kuopanportti et. al mostró numéricamente que dos BECs mezclados, rotando armónicamente pueden contener multi-vórtices en el estado base del sistema [11]. D. S. Dantas et. al, estudió la interacción vórtice-anti-vórtice (VAv) en multicomponentes BEC homogéneos usando la teoría Gross-Pitaevskii, encontró evidencia que la interacción VAv determina su propia configuración [12]. En este trabajo solucionamos las ecuaciones no lineales Ginzburg-Landau dependientes del tiempo (EGLDT) para el caso de un placa superconductora anisotrópica. Esta anisotropía es simulada mediante la variación lineal y unidimensional del parámetro GL κ , tomando κ_1 en una frontera y κ_2 en la frontera paralela. Se observa que la anisotropía influye altamente en la región por donde los vórtices ingresan, en su configuración, y sobre los campos críticos termodinámicos. En uno de los casos estudiados, la placa presenta superconductividad tipo I en una superficie y tipo II en otra, donde el estado de Abrikosov no fue encontrado en la región tipo I.

Este artículo está organizado de la siguiente forma. En la sección 2 presentamos el formalismo teórico usado para encontrar la configuración de vórtices, curvas de magnetización y fase del parámetro de orden superconductor. Siguiendo, en la sección 3 presentamos los resultados y discusión y finalmente en la sección 4 mostramos nuestras conclusiones.

FORMALISMO TEORICO

El formalismo Ginzburg-Landau relaciona el parámetro de orden Ψ y el potencial vectorial A a través de las ecuaciones 1 y 2, las cuales están re-escaladas así: Ψ en unidades de $(\alpha/\beta)^{1/2}$, donde α y β son dos parámetros fenomenológicos propios del material, distancias en unidades de la longitud de coherencia ξ , tiempos en unidades de $\pi\hbar/96uK_B T_c$, potencial vectorial A en unidades de $H_{c2}\xi$, donde H_{c2} es el segundo campo crítico. La energía libre de Gibbs, G en unidades de $(\alpha T_c)^2/\beta$. Todas las simulaciones fueron realizadas a temperatura y potencial eléctrico cero $T=0$, $\Phi=0$, [13, 17].

$$\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,y,t) = -(i\nabla + A(x,y,t))^2\Psi(x,y,t) + \Psi^3(x,y,t) - \Psi(x,y,t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}A(x,y,t) = Re[\Psi(x,y,t)^*(-i\nabla - A(x,y,t))\Psi(x,y,t)] - \kappa^2(x)\nabla \times \nabla \times A(x,y,t) \quad (2)$$

$$\kappa(x) = \kappa_1 + (x/d)(\kappa_2 - \kappa_1) \quad (3)$$

La muestra estudiada es una placa cuadrada superconductora de área transversal d^2 , localizada en el plano (x,y) e inmersa en un campo magnético $H(t)\hat{z}$. Ψ y A son invariantes en la dirección z y un problema bidimensional puede ser resuelto. De la ecuación 3 tenemos $\kappa(0)=\kappa_1$ y $\kappa(d)=\kappa_2$. la condición de frontera que complementa las ecuaciones 1 y 2 es $\hat{n}\cdot(-i\nabla+A)\Psi|_n=0$, \hat{n} es el vector normal a la superficie paralela al campo magnético. Esta condición de contorno garantiza que las super-corrientes no puedan fluir fuera del superconductor [18]. También, usamos el siguiente criterio para obtener los estados estacionarios, si la mayor diferencia entre $|\Psi(t_m)-\Psi(t_n)|$ para cada punto en la malla es menor que cierta precisión ε , entonces aumentamos el campo aplicado, este test es hecho por algunos miles de pasos temporales, $m-n \approx 10^{-4}$. Trabajamos con una precisión $\varepsilon=10^{-7}$. La magnetización $-4\pi M=B-H=\nabla\times A-H$, (Donde B is the induction, el promedio especial del campo magnético local) es:

$$-4\pi M_n = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} h_{z,i,j}^n - H$$

Una forma detallada de la solución numérica de las ecuaciones Ginzburg-Landau usada en este trabajo, puede ser consultada en mucha de la amplia literatura existente [13, 14, 17, 20, 21].

II. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los parámetros utilizados en nuestra simulación fueron: tamaño de la malla $\Delta_x = \Delta_y = 0.1\xi$, paso del campo magnético $\Delta H = 10^{-3}$, paso temporal $\Delta t = 0.001$, comenzando la simulación desde el estado Meissner $\psi(x,y,0) = 1$ y $\mathbf{A} = 0.0$ hasta el campo H_2 donde la superconductividad es destruida y $\psi = 0$, $d = 12\xi$. Usamos dos gradientes de κ , el primero ($\nabla\kappa_1$) va desde $\kappa_1 = 0.5$ en $x=0$, hasta $\kappa_2 = 1.0$ en $x=d$, y el segundo ($\nabla\kappa_2$) va desde $\kappa_1 = 1.0$ en $x=0$ hasta $\kappa_2 = 2.0$ en $x=d$. En la Figura 1 apreciamos la configuración estacionaria de vórtices (módulo cuadrado del parámetro de orden $|\Psi|^2$) para los gradientes $\nabla\kappa_1 = 1 \rightarrow 2.0$ y $\nabla\kappa_2 = 0.5 \rightarrow 1.0$ en diferentes campos magnéticos H . Es muy interesante notar que, para $\nabla\kappa_1$ la muestra siempre permanece en un estado de multi-vórtice, mientras que para $\nabla\kappa_2$ presenta una mezcla de los estados Meissner-Abrikosov, tomando un valor crítico $\kappa_c = 1/\sqrt{2}$ (punto de Bogolmony) en $x_c = 4.97056274848$ [19]. En la Figura 1(a), observamos una transición de vórtices de $L \rightarrow L+1$, con $L=1$ en $H=0.466$, $L=2$ en $H=0.509$, $L=3$ en $H=0.535$, $L=4$ en $H=0.566$, $L=5$ en $H=0.604$, $L=6$ en $H=0.642$, $L=7$ en $H=0.694$, $L=8$ en $H=0.722$, $L=9$ en $H=0.760$ e $L=10$ en $H=0.815$. En la Figura 1(b) igualmente tenemos una transición de vórtices de $L \rightarrow L+1$, $L=1$ en $H=0.466$, $L=2$ en $H=0.509$, $L=3$ en $H=0.535$, $L=4$ en $H=0.566$, $L=5$ en $H=0.604$, $L=6$ en $H=0.642$, $L=7$ en $H=0.694$, $L=8$ en $H=0.722$, $L=9$ en $H=0.760$ e $L=10$ en $H=0.815$. La configuración de vórtices es asimétrica debido al gradiente de κ usado. Es fácil observar que la entrada de flujo magnético ocurre por la región donde κ es mayor (la longitud de penetración λ es mayor y así la depreciación de la superconductividad en esa región es mayor) y la barrera superficial de energía menor, despreciando la superconductividad en esa región, permitiendo la nucleación de vórtices a campos magnéticos menores. Los vórtices ocupan todo el espacio de la muestra para el caso $\nabla\kappa_1$, mientras que para $\nabla\kappa_2$ nunca ocupan la superficie tipo I (parte izquierda de la muestra). La topología de los estados de multi-vórtices en el sistema para los mismos L es bien diferente en los casos estudiados, lo cual se evidencia por el hecho que, en la

región donde el superconductor es tipo I está prohibido el estado Abrikosov, y como es de esperarse, en una muestra tipo I, el campo magnético penetra de manera continua. En la Figura 1(a) los vórtices penetran a lo largo de una línea horizontal, a medida que el campo magnético incrementa, cambian de posición abruptamente intentando imitar la geometría cuadrada mientras que en la Figura 1(b), los vórtices penetran en la muestra alineándose a lo largo de la dirección vertical, existiendo una transición de fase estructural de vórtices. Los vórtices se conglomeran en la parte donde el material es tipo II.

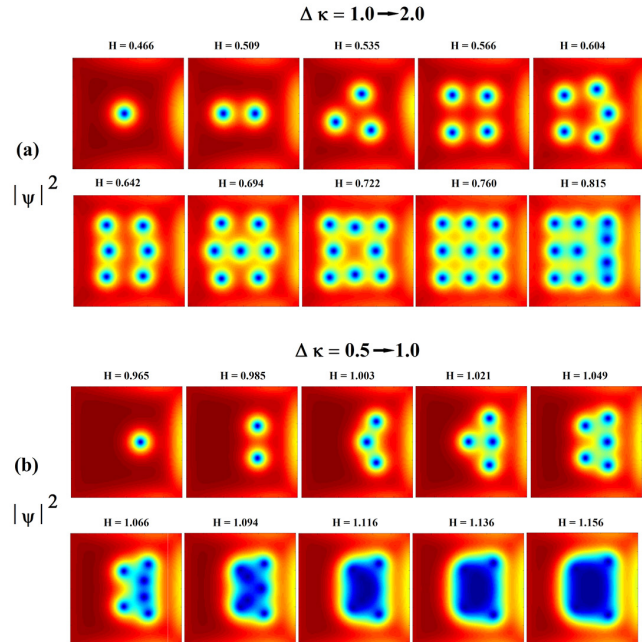


Figura 1. Configuración estacionaria de vórtices ($|\Psi|^2$) para los dos gradientes estudiados y diferentes campos magnéticos H .

En la Figura 2 analizamos las curvas de magnetización $-4\pi M$ como función del campo magnético externo H , así mismo diseñamos la densidad de super-electrones ($|\Psi|^2$) en los campos magnéticos indicados. Los saltos observados en las curvas representan la entrada cuantizada de flujo magnético, el campo en el cual entra el primer vórtice o la primera cadena de vórtices y el máximo de diamagnetismo ocurre en $H_1 = 0.466$, $-4\pi M_{\max} = 0.242$ para $\nabla\kappa_1$ y en $H_1 = 0.965$, $-4\pi M_{\max} = 0.702$ para $\nabla\kappa_2$, es decir, existe mayor diamagnetismo cuando es considerada una muestra mezclada con los dos tipos de superconductor. A su vez, el campo de transición superconductor/normal depende fuertemente del gradiente escogido, siendo $H_2 = 1.720$ para $\nabla\kappa_2$ y $H_2 = 1.422$ para $\nabla\kappa_1$. Este hecho es muy importante desde el punto de vista experimental, ya que un incremento en los campos críticos, conlleva a un incremento de las corrientes críticas.

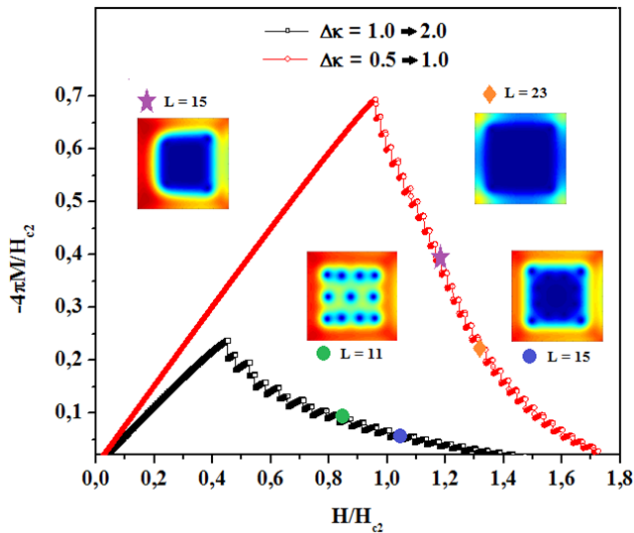


Figura 2. Curva de magnetización $-4\pi M$ como función del campo magnético externo H para los dos gradientes analizados. Densidad de super-electrones $|\Psi|^2$ en los campos magnéticos indicados. x_c representa el punto κ_c .

En la Figura 3 se aprecia la fase del parámetro de orden $\Delta\Phi$ en diferentes campos magnéticos. Circulaciones iguales a $2\pi L$ indican la existencia de L vórtices en la muestra. En la Figura 3(b) para campos bajos, $L=0$ en la región delimitada por la circulación escogida. En este gráfico es muy difícil identificar el número de vórtices ya que se debe identificar acertadamente una variación azul-rojo en cualquier circulación escogida como una variación en la fase de 2π . En muestras muy pequeñas los vórtices se superponen formando un vórtice gigante, el cual contiene más de un fluxoide o quantum de flujo magnético en su centro, en nuestro caso siempre observamos estados de multi-vórtices.

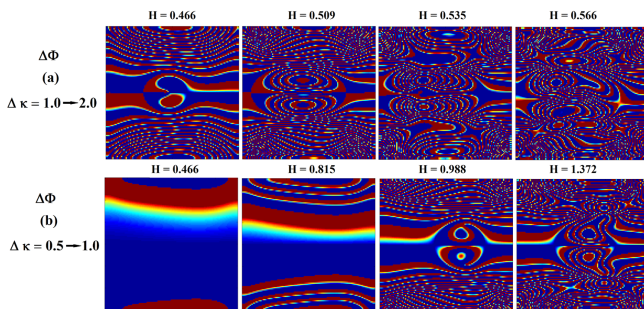


Figura 3. Fase del parámetro de orden $\Delta\Phi$ para los dos gradientes analizados y diferentes campos magnéticos aplicados. Circulaciones iguales a $2\pi L$ (camino de azul a rojo) a través de un camino que envuelva L fluxoides indican la presencia de L vórtices.

III. CONCLUSIONES

Resolvimos las ecuaciones diferenciales acopladas Ginzburg-Landau dependientes del tiempo, para analizar la magnetización y la densidad de electrones superconductores en una muestra superconductora anisotrópica sumergida en un campo magnético externo. Simulamos dicha anisotropía por medio de la variación lineal del parámetro Ginzburg-Landau dentro de la placa. Nuestros resultados muestran que los campos de transición superconductor/normal H_2 y de primera entrada de vórtices H_1 , dependen fuertemente del gradiente escogido, siendo $H_2=1.720$ y $H_1=0.965$ para $\nabla\kappa_2=0.5\rightarrow 1.0$ y $H_2=1.422$, $H_1=0.466$ para $\nabla\kappa_1=1.0\rightarrow 2.0$. Nuevas e interesantes transiciones estructurales de vórtices son encontradas. Con el presente estudio teórico mostramos que es posible la manipulación del estado de Abrikosov y las propiedades termodinámicas de los sistemas analizados y así minimizar las pérdidas energéticas y maximizar las posibles aplicaciones tecnológicas.

IV. REFERENCIAS

- [1] E. A. de Aguiar Junior, "Impacto económico das aplicações de supercondutividade de alta temperatura no sistema elétrico brasileiro", These Brasil: COPPE, 2012.
- [2] F. Rogeri, R. Zadorosny, P. N. Lisboa-Filho, E. Sardella and W. A. Ortiz, "Magnetic field profile of a mesoscopic SQUID-shaped superconducting film", Supercond. Sci. Technol., vol. 26, 2013, p. 075005.
- [3] L. F. Zhang, L. Covaci, M. V. Milosevic, G. R. Berdiyrov, and F. M. Peeters, "Vortex states in nanoscale superconducting squares: The influence of quantum confinement", Phys. Rev. B, vol. 88, 2013, p. 144501.
- [4] R. I. Rey, A. R. Alvarez, C. Carballeira, J. Mosqueira, F. Vidal, S. Salem, A. D. Alvarenga, R. Zhang and H. Luo, "Measurements of the superconducting fluctuations in optimally doped BaFe₂-xNi_xAs₂ under high magnetic fields: probing the 3D-anisotropic Ginzburg-Landau approach", Supercond. Sci. Technol., vol. 27, 2014, p. 07500.
- [5] P. J. Pereira, V. V. Moshchalkov and L. F. Chibotaru, "Efficient solution of 3D Ginzburg-Landau problem for mesoscopic superconductors", J. Phys. Conf. Ser., vol. 490, 2014, p. 012220.

- [6] D. Roditchev, C. Brun, L. Serrier, J. C. Cuevas, V. H. Loiola, M. V. Milosevic, F. Debontridder, V. Stolyarov and T. Cren, “Direct observation of Josephson vortex cores”, *Nature Physics*, vol. 11, 2015, p. 332.
- [7] I. Lukyanchuk, V. M. Vinokur, A. Rydh, R. Xie, M. V. Milosevic, U. Welp, M. Zach, Z. L. Xiao, G. W. Crabtree, S. J. Bending, F. M. Peeters and W. K. Kwok, “Rayleigh instability of confined vortex droplets in critical superconductors”, *Nature Physics*, vol. 11, 2015, p. 21.
- [8] E. C. S. Duarte, A. Presotto, D. Okimoto, E. Sardella and R. Zadorosny, “Influence of thermal gradient in vortex states of mesoscopic superconductors”, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 568, 2014, p. 022011.
- [9] J. Barba-Ortega, E. Sardella, J. A. Aguiar, “Superconducting boundary conditions for mesoscopic circular samples”, *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 24, 2011, p. 015001.
- [10] L. Peng, J. Lin, Y. Zhou, Y. Zhang, “Vortex States in Nanosized Superconducting Strips with Weak Links Under an External Magnetic Field”, *J. Sup. Novel. Magn.*, vol. 28, 2015, p. 3507.
- [11] P. Kuopanportti, N. V. Orlova, and M. V. Milosevic, “Ground-state multiquantum vortices in rotating two-species superfluids”, *Phys. Rev. A*, vol. 91, 2015, p. 043605.
- [12] D. S. Dantas, A. R. P. Lima, A. Chaves, C. A. S. Almeida, G. A. Farias, M. V. Milosevic, “Bound vortex states and exotic lattices in multicomponent Bose-Einstein condensates: The role of vortex-vortex interaction”, *Phys. Rev. A*, vol. 91, 2015, p. 023630.
- [13] A. C. Bolech, G. C. Buscaglia, A. Lopez, “Connectivity and Superconductivity”, ed. J. Berger, J. Rubinstein, Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [14] M.V. Milosevic, “The Ginzburg-Landau theory in application”, *Physica C*, vol. 470, p. 791, 2010.
- [15] R. M. da Silva, M. V. Milosevic, A. A. Shanenko, F. M. Peeters and J. A. Aguiar, “Giant paramagnetic Meissner effect in multiband superconductors”, *Sci. Reports*, vol. 5, 2015, p. 12695.
- [16] A. A. Shanenko, J. A. Aguiar, A. Vagov, M. D. Croitoru and M. V. Milosevic., “Atomically flat superconducting nanofilms: multiband properties and mean-field theory”, *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 28, 2015, p. 054001.
- [17] D. Gropp, H. G. Kaper, G. K. Leaf, D. M. Levine, M. Palumbo, V. M. Vinokur, “Numerical simulation of vortex dynamics in type-II superconductors”, *J. Comput. Phys.*, vol. 123, 1996, p. 254.
- [18] P. G. de Gennes, “Superconductivity of Metals and Alloys”, New York: Addison-Wesley, 1994, p. 274.
- [19] E. B. Bogomolnyi, “The stability of classical solutions”, *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 24, 1976, p. 449.
- [20] Q. Du, M. D. Gunzburguer, J. S. Petersons, “Solving the Ginzburg Landau equations by finite element methods”, *Phys. Rev. B*, vol. 46, 14, 1992, p. 9027.
- [21] Q. Du, M. D. Gunzburguer, J. S. Petersons, “Analysis and approximation of the Ginzburg Landau model for superconductivity”, *SIAMPhys. Rev. B*, vol.34, 1, 1992, p. 54.